# Removendo ciclos em grafos

Manoel Lemos (UFPE)

Para um grafo $G$, o mínimo dos graus dos seus vértices é denotado por

$$\delta(G) = \min\{d(v) : v \in V(G)\}.$$

Dirac foi o primeiro a impor uma condição em $\delta(G)$ para garantir a existência de ciclos longos em grafos simples, mostrando os seguintes resultados: (a) $G$ tem ciclo de comprimento pelo menos $k+1$ quando $\delta(G) \geq k+1$; (b) no caso em que $G$ for 2-conexo, existe ciclo com pelo menos $2k$ arestas; (c) quando $\delta(G) \geq |V(G)|/2$, então $G$ é hamiltoniano.

Já Mader estava interessado em garantir a existência de um ciclo em um grafo simples $n$-conexo cuja remoção de suas arestas mantivesse o grafo $n$-conexo. Conseguiu mostrar isto no caso em que $\delta(G) \geq n+2$. Este teorema responde uma questão levantada por Hobbs, no caso em que o grafo é simples: "quando $\delta(G) \geq 4$ e $G$ é 2-conexo, então $G$ possui um ciclo cuja remoção o deixa 2-conexo?"

Infelizmente esta questão não é verdadeira, como demonstrou Robertson.

Jackson generalzou conjuntamente os resultados de Dirac e Mader, demonstrando que todo grafo simples 2-conexo tal que $\delta(G) \geq k$ possui um ciclo $C$ com comprimento pelo menos $k-1$ tal que $G \backslash E(C)$ é 2-conexo.

Iremos discutir generalizações do teorema de Jackson nesta mini-palestra.