UM PROBLEMA EXTREMAL SOBRE O HIPERCUBO E APLICAÇÕES A CIRCUITOS ASSÍNCRONOS

CARLOS GUSTAVO TAMM DE ARAUJO MOREIRA (IMPA)
PABLO EMANUEL (IMPA E PUC)

Investigamos o seguinte problema combinatório extremal, motivado por um problema sobre circuitos assíncronos: estime o menor valor possível de $B = B(n)$ para que exista uma função

$$F : \{0,1\}^B \to n$$

tal que:

(i) Para quaisquer $x < n$, $y < n$, existem m, n em $\{0,1\}^B$ com $F(m) = x$, $F(n) = y$, e $\mathrm{dist}(m,n) = 1$, ou seja, m e n diferem em apenas um bit.

(ii) Para qualquer $x < n$, a imagem inversa de x por F é conexa, i.e., dados m, n com $F(m) = F(n) = x$, existem $m = l(0), \ldots, l(k) = n$ com $\mathrm{dist}(l(i), l(i+1)) = 1$ e $F(l(i)) = x$, para $0 \leq i < l$.

Provamos que

$$2\log_2 n - \log_2 \log_2 n - 1 < B(n) < 2\log_2 n - \log_2 \log_2 n + 2$$

para todo n natural. A estimativa superior anterior era $2\log_2 n - 1$. Descreveremos brevemente o problema computacional que motiva este problema combinatório.