PRIMEIRA PROVA DE COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL
1o. SEMESTRE DE 2007

Instruções:

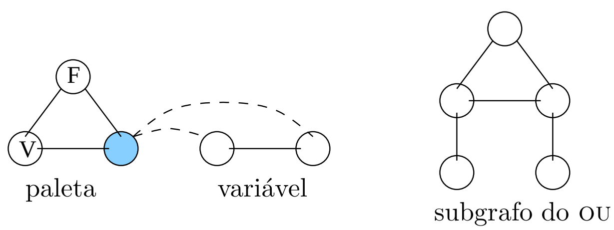
(*i*) Entregue suas soluções no começo da aula de 24/4/2007.
(*ii*) Esta prova deve ser feita individualmente. Discussões com colegas são permitidas, dentro do razoável. Se você conversar com algum colega ou ler alguma bibliografia, você deve relatar isso em sua prova.
(*iii*) A prova pode ser feita a lápis. Cuidado com a legibilidade.
(*iv*) Asserções imprecisas valem pouco. Justifique suas asserções.

1. Um grafo $G = (V, E)$ é *3-colorível* se existe uma função $\gamma \colon V \to \{0, 1, 2\}$ que atribui valores distintos às pontas de qualquer aresta de G. (Ou seja, γ é tal que, para toda aresta uv em E, $\gamma(u) \neq \gamma(v)$.)

   Considere o seguinte problema em grafos: (3COLORAÇÃO) *Dado um grafo G, é G 3-colorível?*

   Prove que 3COLORAÇÃO é NP-completo.

   Dica: Use 3SAT e os seguintes subgrafos na construção.



2. Seja
$$\text{MAXCLIQUE} = \{\langle G, k\rangle : \text{o maior clique de } G \text{ tem } k \text{ vértices}\}. \tag{1}$$
   O que diz sua intuição: MAXCLIQUE $\in$ NP ou não? (Justifique!) Mostre que se P $=$ NP, então MAXCLIQUE $\in$ P. Sob esta mesma hipótese, mostre que existe um algoritmo de tempo polinomial que, dado um grafo G, devolve um clique de G com o número máximo de vértices.
3. Prove que MAXCLIQUE está em NP^{SAT}.
4. Prove que existe um oráculo L para o qual temos $\text{NP}^L \neq \text{coNP}^L$. Por que este resultado dá uma nova prova para a existência de um oráculo B para o qual vale que $\text{P}^B \neq \text{NP}^B$, como visto em sala?