

Lista 9. Cadeias de Markov com tempo contínuo I.

1. ([1]) Uma população de alguns organismos consiste de dois sexos - fêmeas e machos. Em uma colônia cada macho e fêmea formam um casal em intervalo h de tempo com probabilidade $\lambda h + o(h)$ e no mesmo instante eles produzem um organismo com a mesma probabilidade de ser macho ou fêmea. Cada organismo deixa a colônia durante tempo h com a probabilidade $\mu h + o(h)$. Sejam $N_1(t)$ e $N_2(t)$ número de machos e fêmeas respectivamente dentro da colônia. Descrever a cadeia de Markov com tempo contínuo que descreve a evolução dessa colônia (descrever as taxas de transição).
2. ([1]) Para o processo de puro nascimento com parâmetro $\lambda_n, n \geq 0$ calcule média, variância de tempo durante qual a população cresce de 0 até N .
3. ([1]) Considere processo de nascimento puro com taxa de nascimento $\lambda_n = \lambda n$. Seja S_i o instante do i -ésimo nascimento. Achar a função da distribuição cumulativa dele, achar $F_i(x) := \mathbb{P}(S_i \leq x), x \in \mathbb{R}_+$.
4. ([1]) Usando o resultado do item anterior achar a probabilidade $P_{0,j}(t) = \mathbb{P}(X(t) = j \mid X(0) = 0)$.

Referências

- [1] S.M.Ross (1997) *Introduction to probability models*. Chapter 4.4.
- [2] A.B.Clarke, R.L.Disney (1979) *Probabilidade e processos estocásticos*. Capítulo 8.