

**Lista 6. MAE499 Processos Estocásticos. 1º Semestre 2020.**

1. Seja  $N(\cdot)$  um Processo de Poisson não homogêneo com taxa  $\lambda(t) = 1 + \cos(t)$ .
  - (a) (1 ponto) Qual é a distribuição de  $N(5)$ ?
  - (b) (1 ponto) Qual é a média de número de eventos que ocorrem durante o tempo  $(0, 5)$ .
  - (c) (1 ponto) Qual é a média de número de eventos que ocorrem durante o tempo  $(0, 5)$ , sabendo, que em intervalo  $(2, 3)$  ocorreram 4 eventos.
  - (d) (1 ponto) Achar  $\mathbb{E}(N(\pi) \mid N(\pi/2) = 2)$ .
  - (e) (1 ponto) Achar  $\mathbb{E}(N(\pi) - N(\pi/2) \mid N(\pi/2) = 2)$ .
  - (f) (1 ponto) A probabilidade  $p_h := \mathbb{P}(N(\pi + h) - N(\pi) = 1)$  pode ser representada como  $h + o(h)$ ? Caso negativo, representa essa probabilidade em forma  $p_h = f(h) + o(h)$  (achar a função  $f(h)$ ).
2. (2 pontos) Seja  $N(\cdot)$  um Processo de Poisson não homogêneo com taxa  $\lambda(t) = t$ . Achar de forma numérica a média e variância de instante da primeira ocorrência  $S_1$ .
3. (1 ponto) Seja  $X(\cdot)$  um Processo de Poisson composto:  $X(\cdot) = \sum_{i=1}^{N(t)} \xi_i$ , em que  $N(\cdot)$  é processo de Poisson com taxa  $\lambda = 1$  e  $(\xi_i)$  são variáveis aleatórias com distribuição binomial  $B(4, 0.5)$ . Achar a esperança  $\mathbb{E}(X(t))$ .
4. (1 ponto) Num pedágio das 7 hs até meia-dia os carros passam de acordo com o processo de Poisson não homogêneo com a taxa  $\lambda(t)$ : durante o tempo das 7 hs até 9 hs a taxa desse processo é de 7 carros por hora, e das 9 hs até meia-dia a taxa é 7 carros por meia hora. Qual é a distribuição de número de carros que passam esse pedágio das 8 hs até 11 horas, e achar número médio.