Aula 6. Exercícios. MAE499 Processos Estocásticos. 1^o Semestre 2020.

1. Uma loja abre as portas às 8 horas. Das 8 até 10 horas, clientes chegam de acordo com uma distribuição Poisson com taxa de 4 clientes por hora, das 10 até 12 horas com taxa de 8 clientes por hora, e das 12 até 17 horas, com taxa de 6 clientes por hora. Qual é a distribuição do número de clientes em um dia?

2. Carros passam por uma rua de mão única de acordo com um processo de Poisson de taxa $\lambda = 3$ carros por um minuto. Se um bichinho atravessa a rua em s segundos, qual a probabilidade que o bichinho não vai ser atropelado? Calcule a responda para $s = 5, 10, 20, 30$.

3. Sabe-se que depois de um ano de garantia de um aparelho, as falhas desse aparelho podem ser modeladas como um processo de Poisson com a taxa que cresce de forma linear como $\lambda(t) = 1 + t$. Seja $N(\cdot)$ um Processo de Poisson com a taxa $\lambda(t) = 1 + t$. Seja S_n instante de ocorrência de n-ésima falha.

   (a) Mostre, que a média de tempo de uso de aparelho até a primeira falha, $\mathbb{E}[S_1]$, pode ser representada como $\mathbb{E}[S_1] = \sqrt{2\pi e}\mathbb{E}((X^2 + X)\mathbb{1}(X > 0))$, em que a variável aleatória X tem a distribuição normal $N(-1, 1)$, e $\mathbb{1}(A)$ é indicador de evento A, ele "pega"o valor 1, se evento A ocorre, e valor 0 caso contrário.

   (b) Calculate numerically essa média e a variância usando algum programa de sua preferencia.

4. Seja $N(\cdot)$ processo de Poisson com taxa $\lambda(t) = 10te^{-t},\ t \geq 0$, não-homogêneo, composto: os "pulos" Y_i são i.i.d. com a seguinte distribuição: $\mathbb{P}(Y_i = 1) = \mathbb{P}(Y_i = 2) = 0.5$.

   (a) Achar o valor maximal da taxa.

   (b) Qual é a distribuição de número de ocorrências durante todo tempo $[0, \infty)$, denotamos essa variável X_∞.

   (c) Achar a média de $N(\infty)$, determinando isso de seguinte forma em limite: $\mathbb{E}(N(\infty)) := \lim_{T\to\infty} \mathbb{E}(N(T))$.