

**Lista 5. MAE499 Processos Estocásticos. 1º Semestre 2020.**

1. Modelamos um fluxo de carros que passam pelo um ponto de policia rodoviária das 8 de manha até 20 horas como um processo de Poisson  $N(\cdot)$  com a taxa de 5 carros por minuto. A policia classifica carros como de dois tipos: pesados e leves. As estatísticas anteriores mostram que das 8 horas até 11 horas 50% dos carros são carros pesados e das 11 até 17 horas essa porcentagem cai pela metade.
  - (a) (0.5 ponto) Qual é a distribuição de carros pesados que passam das 10 até 12 horas?
  - (b) (1 ponto) Das 17 até 20 horas a probabilidade de um carro ser carro pesado diminua em forma exponencial:  $p_1(t) = 0.25e^{-2(t-17)}$ ,  $t \in [17, 20]$  (observe que tempo  $t$  medido em horas). Achar a distribuição de carros leves durante esse período.
  - (c) (0.5 ponto) Qual é a média de numero de carros que passam pelo ponto policial durante o dia das 8 até 20 horas.
2. Em condições do item anterior, sabe-se que das 10 até 11 horas passaram 330 carros.
  - (a) (0.5 ponto) Qual é a distribuição de carros pesados que passam durante esse período (das 10 até 11 horas)?
  - (b) (0.5 ponto) Qual é a média de numero de carros pesados que passam das 10.30 até 11.30?
  - (c) (0.5 ponto) Qual é a média de numero de carros leves que passam das 10.30 até 11.30?
  - (d) (0.5 ponto) Qual é a média de numero de carros que passam das 8 até 12 horas?
3. Seja  $N(\cdot)$  um Processo de Poisson com taxa  $\lambda$ . Sabe-se que  $N(2) = 3$  e  $N(5) = 8$ .
  - (a) (1 ponto) Achar a distribuição cumulativa da primeira ocorrência em intervalo  $[2, 8]$ .
  - (b) (0.5 ponto) Qual é a média de numero de ocorrências em intervalo  $[1, 4]$ ?
  - (c) (0.5 ponto) Qual é a média de numero de ocorrências em intervalo  $[1, 10]$ ?
4. Seja  $N(\cdot)$  um Processo de Poisson com taxa  $\lambda$ . Sabe-se que  $N(10) = 4$ . Sabendo adicionalmente que  $N(5) - N(2) = 0$ 
  - (a) (1 ponto) escrever a fórmula ou construir o gráfico de função de distribuição cumulativa de número de eventos que ocorrem em intervalo  $[5, 10]$ ;
  - (b) (0.5 ponto) achar a média de numero de ocorrências em intervalo  $[1, 4]$ ;
  - (c) (0.5 ponto) achar a média de numero de ocorrências em intervalo  $[1, 10]$ .
5. (2 pontos) Seja  $N(\cdot)$  um Processo de Poisson com taxa  $\lambda$ . Sabe-se que  $N(10) = 2$ . Sabendo adicionalmente que  $N(5) - N(2) = 0$ . Achar a distribuição cumulativa da primeira ocorrência  $T_{[5,10]}$  em intervalo  $[5, 10]$ . Combinamos que caso não há ocorrências neste intervalo definimos o valor de  $T_{[5,10]}$  como 0.