

Aula 5. Exercícios. MAE499 Processos Estocásticos. 1º Semestre 2020.

1. Seja $N(\cdot)$ um Processo de Poisson com taxa λ . Cada ocorrência desse processo é marcado como evento do tipo um com a probabilidade periódica $p_1(s)$:

$$p_1(s) = \begin{cases} 0, & \text{se } s \in (3k, 3k + 1], x \in \mathbb{Z}, \\ 0.5, & \text{se } s \in (3k + 1, 3k + 2], x \in \mathbb{Z}, \\ 1, & \text{se } s \in (3k + 2, 3(k + 1)], x \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

- (a) Qual é a distribuição de número de ocorrências em intervalo $[1.5, 2.5]$?
- (b) Qual é a média de número de ocorrências durante um período dessa função?
2. Seja $N(\cdot)$ um Processo de Poisson com taxa $\lambda = 1$.
- (a) Achar probabilidade de que dentro de intervalo de tempo $[1, 2]$ temos exatamente 3 eventos, dado que $N(5) = 5$.
- (b) Achar $\mathbb{E}(T_1 \mid N(5) = 5)$, em que T_1 é instante de primeira ocorrência de evento.
3. (veja exercícios aula 5) Seja $N(\cdot)$ um Processo de Poisson com a taxa λ . Seja S_n instante de ocorrência de n -ésimo evento. Achar
- (a) $E[S_4]$
- (b) $E[S_4 \mid N(1) = 2]$
- (c) $E[N(4) - N(2) \mid N(1) = 3]$
4. Seja $N(\cdot)$ um Processo de Poisson com taxa λ . Vamos escolher os pontos de ocorrência com a probabilidade $p = p(t)$ que depende de tempo de seguinte forma:

$$p(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in [0, 1]; \\ 1/t, & \text{se } t > 1. \end{cases}$$

Qual é a distribuição de número de número de eventos que ocorrem durante tempo $[0, 5]$?