Lista 3. Distribuição Exponencial e suas propriedades.

1. Consideramos um correio com dois funcionários. Suponha que três pessoas A, B e C entram no correio. A e B foram as primeiras atendidas e C ficou esperando. Qual é a probabilidade de que A estará no correio quando B e C já foram embora se
   (a) o tempo de atendimento de cada funcionário é exatamente 10 minutos?
   (b) o tempo de atendimento é igual a i com a probabilidade $1/3$, $i = 1, 2, 3.$?
   (c) o tempo de atendimento é exponencial com média $1/\mu$?

   Qual é a distribuição do tempo de espera da pessoa C se o tempo de atendimento dos funcionários do correio
   (a) são independentes e identicamente distribuídos com a distribuição exponencial com média $1/\lambda$?
   (b) são independentes com as distribuições exponenciais com parâmetros λ_1 e λ_2 para os funcionários 1 e 2, respectivamente?

2. Lembramos que a função *taxa de falha*, $r(x)$, é definida de seguinte modo para uma variável aleatória absolutamente contínua com a função-densidade $f(x)$ e função de distribuição cumulativa $F(x)$:

   $$r(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)}.$$

   Calcule a função $r(x)$ para variável aleatória
   (a) que tem distribuição uniforme em intervalo $[-a, a]$, em que a é um numero qualquer positivo;
   (b) que tem distribuição triangular com função-densidade $f(x) = \frac{2-|x|}{4}$, se $|x| \leq 2$ e $f(x) = 0$, caso $|x| > 2$;
   (c) que é representada como uma soma de duas exponencias independentes com a mesma taxa $\lambda > 0$.

3. Um aparelho contém duas partes - o DVD e o microfone. O tempo de vida útil do DVD tem distribuição exponencial com média de 2000 horas e o tempo de vida útil do microfone é exponencial com média de 500 horas de uso. O aparelho falha se o DVD ou o microfone falhe. Sabemos que o sistema falhou. Qual é a probabilidade de que o sistema falhou por causa da falha do DVD?

4. Sejam $X_i, i = 1, \ldots, n$, variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuidas com distribuição exponencial com média $1/\lambda$, calcule:
   (a) $P(max\{X_1, \ldots, X_n\} \leq x)$ – distribuição cumulativa do valor máximo desses variáveis. Ache a densidade dessa variável máxima.
   (b) $P(min\{X_1, \ldots, X_n\} \leq x)$ – distribuição cumulativa do valor mínimo dessas variáveis. Ache a densidade dessa variável minima.
   (c) $E(max\{X_1, \ldots, X_3\})$.

5. Sejam $X_i, i = 1, \ldots, n$ variáveis aleatórias independentes e exponenciais com respectivas taxas $\lambda_i, i = 1, \ldots, n$. Para um dado $i \in \{1, \ldots, n\}$ fixo calcule a probabilidade

   $$P(\min(X_1, \ldots, X_n) = X_i)$$

Referências

[1] S.M.Ross *Introduction to probability models.* Ninth Edition. Elsevier. 2007