

Lista 3. Distribuição Exponencial e suas propriedades.

1. Seja $X \sim \exp(\lambda)$ e $Y \sim \exp(\mu)$. Supomos que X, Y são independentes. Achar

- (a) a densidade e distribuição acumulada de $\max(X, Y)$;
- (b) a densidade e distribuição acumulada de $\min(X, Y)$;
- (c) a densidade de $Z = \max(X, Y) - \min(X, Y)$;

2. Seja X tempo de vida útil de uma maquina com a densidade seguinte

$$f(x) = \begin{cases} 1/3, & \text{if } x \leq 1 \text{ ano,} \\ 1/15, & \text{if } x \in (1 \text{ ano, } 6 \text{ anos}], \\ 1/9, & \text{if } x \in (6 \text{ anos, } 9 \text{ anos}], \\ 0, & \text{caso contrário .} \end{cases}$$

Interpreta-se que, durante o primeiro ano a maquina está em processo de adaptação que leva a elevada frequência de falhas, os próximos 5 anos ela falha por causas aleatórias, e os últimos 3 anos a maquina falha por causa de desgaste das peças.

- (a) Verifique se a função f é realmente a densidade.
- (b) Calcule a probabilidade de que a maquina falha durante o período de 5 até 7 anos de uso de maquina;
- (c) Sabendo que a maquina funcionou 5 anos. Qual é a probabilidade de que ela vai funcionar durante próximos dois anos.
- (d) Calcule a função de taxa de falha $r(t)$ de X .

3. Seja $U \sim U[0, 1]$. Achar a distribuição de $Z = \ln(U)$ e calcular a função taxa de falha dela.

4. Seja $X \sim \exp(\lambda)$, achar função de distribuição acumulada de

- (a) $Z = \ln(X)$;
- (b) $Z = e^X$.

5. Um pouco reformulamos problema que foi resolvida na aula. Suponha que você entrou numa estação de metrô para comprar passagem. Metrô possui três caixas e todas são ocupadas. Você comprará a passagem no primeiro caixa que ficar livre. Suponha que o tempo de compra de uma passagem para um passageiro tem distribuição exponencial com a média de 1 min. Qual é a probabilidade de você ser o último a sair das caixas (entre quatro pessoas envolvidas, você e as outras duas pessoas que estão comprando os bilhetes nas caixas quando você entrou)?

Referências

- [1] S.M.Ross *Introduction to probability models*. Ninth Edition. Elsevier. 2007