

Nome	No USP
------	--------

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Sejam $X(\cdot) \sim PP(1)$ e $Y(\cdot) \sim PP(2)$. Seja $T = \min (t: X(t) + Y(t) = 1)$.

Escolha alternativa correta:

- a) T tem distribuição de Poisson com média 3, $T \sim Poi(3)$;
- b) T tem distribuição exponencial com taxa 3, $T \sim exp(3)$;
- c) T tem distribuição de Poisson com média $1/3$, $T \sim Poi(1/3)$;
- d) T tem distribuição exponencial com taxa $1/3$, $T \sim exp(1/3)$;
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

2. Seja $X(\cdot)$ um processo de Poisson homogêneo. Sabendo, que a probabilidade de que nenhum evento ocorre durante pequeno intervalo de tempo $[4, 4 + \varepsilon]$ pode ser representada como $1 - 4\varepsilon + o(\varepsilon)$, então a probabilidade $P(X(t) = 2)$ pode ser representada como

- a) $P(X(t) = 2) = o(\varepsilon)$;
- b) $P(X(t) = 2) = 8t\varepsilon$;
- c) $P(X(t) = 2) = 8t^2e^{-2t} + o(\varepsilon)$;
- d) $P(X(t) = 2) = 4t^2e^{-4t} + o(\varepsilon)$;
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

3. Sejam $Y \sim PP(\mu)$, $Z \sim PP(2\mu)$. Seja p a probabilidade de que o primeiro evento que ocorre é de processo Y . Escolha alternativa correta.

- a) $p = 3/4$;
- b) $p = 2\mu/3$;
- c) $p = 1/2\mu$;
- d) $p = 1/3$;
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

4. Seja N processo de Poisson com a taxa de 20 eventos por segundo. Cada evento é classificado como evento do tipo 1 (com probabilidade 0.2) formando processo de Poisson X , e do tipo 2 (com probabilidade 0.8) formando processo Y . Sabendo que $Y(t) = 20$, achar a média de $N(t/2)$. Escolha alternativa correta.

- a) $E(N(t/2)) = 10 + 2t$;
- b) $E(N(t/2)) = 10 + t/2$;
- c) $E(N(t/2)) = 8 + 2t$;
- d) $E(N(t/2)) = 20 - 2t$;
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

5. Seja N processo de Poisson com a taxa $\mu(t) = \min(1, t^{-1})$. Sabe-se que $N(1) = 2$. Seja $T > 1$. Calcule a média de $E(N(T) - N(0,5) | N(1) = 2)$ e escolha a resposta correta:

- a) $2 + \ln(T)$;
- b) $1 + \ln(T)$;
- c) $2 + 2\ln(T)$;
- d) $0,5 + \ln(T)$;
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

6. Seja N processo de Poisson que descreve a emissão de certas partículas de uma estrela pulsar com a taxa $\mu(t) = 100(1 + \sin(t))$, $t \geq 0$. Observa que a emissão é periódica com período $T = 2\pi$. Qual é o número médio de partículas que a estrela emite durante período T ?

- a) 200π ;
- b) 400;
- c) 400π ;
- d) 100π ;
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

7. Em condições do item anterior, a probabilidade $P\left(N\left(\frac{\pi}{2} + h\right) - N\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0\right)$, $h \ll 1$, pode ser representada como

- a) $200h + o(h)$;
- b) $400\pi h$;
- c) $1 - 200h + o(h)$;
- d) $1 - 200\pi h + o(h)$;
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

8. A chegada de clientes a duas lojas, loja A e loja B, é descrita por dois processos de Poisson independentes, $X(t)$ (associado a loja A) e $Y(t)$ (associado a loja B), com taxas $\lambda_A = 1$ e $\lambda_B = 2$ clientes por hora, respectivamente. Dado que exatamente 4 clientes chegaram as duas lojas, qual é a distribuição de número de clientes que chegaram a loja A entre esses 4.

- a) Poisson (1/3);
- b) Binomial (4,1/3);
- c) Binomial (4,2/3);
- d) Bernoulli (1/3);
- e) nenhuma das alternativas anteriores.

9. $X(\cdot)$ é um processo de Poisson com taxa 1. Para $0 \leq t_1 < t_2 < t_3 < \infty$ fixados denotamos $Y = X(t_3) - X(t_1)$ e $Z = X(t_2)$. Sabendo que $X(t_2) - X(t_1) = 1$ a distribuição da soma $Y + Z$ é

- a) $Poi(t_1 + t_3 - t_2 + 2)$;
- b) $1 + \xi$, em que $\xi \sim Poi(t_1 + t_3 - t_2)$;
- c) $Poi(t_3 - t_1 + 2)$;
- d) $2 + \xi$, em que $\xi \sim Poi(t_1 + t_3 - t_2)$;
- e) $2 + \xi$ em que $\xi \sim Poi(1 + t_3)$.

10. Seja $N(\cdot)$ um processo de Poisson com a taxa $\mu = 4$ eventos por minuto. Seja T_1, T_3 os instantes de tempo da primeira e terceira ocorrências respectivamente. A esperança da soma $T_1 + T_3$ é igual

- a) 30 segundos;
- b) 40 segundos;
- c) 2 minutos;
- d) 1 minuto;
- e) nenhuma das alternativas anteriores.