Prova 1. *MAE0499 Processos Estocásticos*. Prof. A.Iambartsev /20/03/2019

Nome	No USP

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Sejam X, Y variáveis aleatórias com a distribuição $p(x,y) = P(X = x, Y = y)$ dada de seguinte forma:

$$p(0,-1) = 1/6,\ \ p(0,0) = 1/6,\ \ p(0,2) = 1/6$$
$$p(1,-1) = 1/6,\ \ p(1,0) = 1/6,\ \ p(1,2) = c$$

Escolha alternativa correta:

a) $c = 1/5$ e X, Y não são independentes;
b) $c = 1/3$ e X, Y não são independentes;
c) $c = 1/3$ e X, Y são independentes;
d) $c = 1/4$ e X, Y são independentes;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

2. Em condições do item anterior escolha alternativa correta.

a) $E(X|Y = -1) \neq E(X|Y = 2)$;
b) $E(X|Y = 2) = \frac{1}{2} + c$;
c) $E(X|Y = -1) \neq E(X) = 0.5$;
d) $E(X|Y = -1) = E(X) = 0.5$;
e) $E(X) = \frac{1}{2} + c$.

3. Ponto $P = (X, Y)$ é uniformemente distribuído em triangulo $T = \{(x,y): x \geq 0, y \geq 0, \text{e } x + y \leq 1\}$. Sabendo que $Y = 0.7$, escolha alternativa correta:

a) $X|Y = 0.7 \sim U[0, 0.3]$;
b) $X|Y = 0.7 \sim U[0, 1]$;
c) $X|Y = 0.7 \sim U[0, 0.7]$;
d) $X|Y = 0.7 \sim U[-1, 1]$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

4. Seja $Y \sim U[1,3]$. Sabemos que dado valor de $Y = y$, a variável X tem distribuição exponencial com a taxa y: $X|Y = y \sim \exp(y)$. Escolha alternativa correta.

a) $E(X) = 1/2$;
b) $E(X) = 1/9$;
c) $E(X) = \ln(3)/2$;
d) $E(X) = \infty$;
e) $E(X) = e^2/2$.

5. Seja (X,Y) uniformemente distribuído em área $Q = \{(x,y):\ |x| + |y| \leq 1\}$. Sabendo que $Y = 0.5$ a densidade $f(x|Y = 0.5)$ de X neste caso é

a) $f(x|Y = 0.5) = 0.5$, quando $x \in [-1, 1]$ e 0 caso contrário;
b) $f(x|Y = 0.5) = 2$, quando $x \in [0, 0.5]$ e 0 caso contrário;
c) $f(x|Y = 0.5) = 1$, quando $x \in [-0.5, 0.5]$ e 0 caso contrário;
d) $f(x|Y = 0.5) = 1$, quando $x + y = 0.5$ e 0 caso contrário;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

6. Em condições de item anterior escolha alternativa correta.

a) X, Y não são independentes, mas $E(X|Y = y) = 0$ para qualquer $y \in [-1,1]$;
b) X, Y são independentes, e $E(X|Y = y) = 1/3$ para qualquer $y \in [-1,1]$;
c) X, Y não são independentes, e $E(X|Y = y) = y + 1$;
d) X, Y são independentes, e $E(X|Y = y) = 2y + 1$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

7. A distribuição conjunta de duas variáveis contínuas e positivas X e Y é dada pela densidade conjunta: $f_{X,Y}(x,y) = xe^{-x(1+y)},\ \ x, y \geq 0$. Calcule $E(X)$ e escolha alternativa correta.

a) X, Y são independentes, e $E(X) = 1/(1 + y)$;
b) X, Y são independentes, e $E(X) = y + 1$;
c) X, Y não são independentes, e $E(X) = 1$;
d) X, Y não são independentes, e $E(X) = y + 1$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

8. O sistema S é composto de dois componentes A e B que estão conectados em serie (isso significa, que o sistema S falha quando um dos componentes falha). Suponha que o tempos de vida T_A, T_B dos componentes A e B têm a distribuição exponencial com taxas λ_A e λ_B respectivamente. Nessas condições o tempo de funcionamento do sistema $T = \min\,(T_A, T_B)$ tem distribuição:

a) exponencial com média $\lambda_A\lambda_B/(\lambda_A + \lambda_B)$;
b) exponencial com média $1/(\lambda_A + \lambda_B)$;
c) exponencial com taxa $\lambda_A\lambda_B/(\lambda_A + \lambda_B)$;
d) exponencial com taxa $1/\lambda_A + 1/\lambda_B$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

9. A densidade de v.a. X é dada pela seguinte formula: $f(x) = 2(1-x)$, se $x \in (0,1)$ e $f(x) = 0$ caso contrário. Escolha alternativa correta.

a) $P\left(X > \frac{2}{3} \middle| X > \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3}$;
b) $P\left(X > \frac{2}{3} \middle| X > \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2$;
c) $P\left(X > \frac{2}{3} \middle| X > \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}$;
d) $P\left(X > \frac{2}{3} \middle| X > \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^2$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

10. Para variável aleatória do item anterior escolha alternativa correta sobre a função falha $r(t) \coloneqq f(t)/P(X > t)$.

a) $r(t) = \frac{2}{1-t}$, se $t \in (0,1)$;
b) $r(t) = \frac{2(1+t)}{1-t^2-2t}$, se $t \in (0,1)$;
c) $r(t) = \frac{2(1-t)}{1-t^2+2t}$, se $t \in (0,1)$;
d) $r(t) = \frac{2}{(1-t)^2}$, se $t \in (0,1)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

Prova 1. *MAE0499 Processos Estocásticos*. Prof. A.Iambartsev /13/09/2019

Nome	No USP

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	X								

1. Sejam X, Y variáveis aleatórias com a distribuição $p(x,y) = P(X = x, Y = y)$ dada de seguinte forma:
$p(0,-1) = 1/6$, $p(0,0) = 1/6$, $p(0,2) = 1/6$
$p(1,-1) = 1/6$, $p(1,0) = 1/6$, $p(1,2) = 1/6$
Escolha alternativa correta:

a) $E(X) = 1/2, E(X|Y = -1) = 1/6$;
b) $E(X|Y)$ é variável aleatória com distribuição Bernoulli, B(1/6);
c) $E(X|Y)$ é o número e igual à 1/2;
d) $E(X) = E(X|Y = -1) = 0.5$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

2. Distribuição conjunta de duas variáveis continuas X, Y é dada pela densidade conjunta $f(x,y) = c(x^2 + y)$, $x, y \in (0,1)$. Achar: constante c e densidade condicional $f_{X|Y}(x|y)$ solucionando no espaço abaixo.

Solução:

Resposta: $c =$__________; $f_{X|Y}(x|y) =$______________________________.

3. X, Y, Z são variáveis aleatórias i.i.d. com distribuição exponencial com média 3. Seja $m = \min(X, Y, Z)$ e $M = \max(X, Y, Z)$. Escolha alternativa correta.

a) $P(m > z) = e^{-z}, z > 0$;
b) $P(M > z) = 1 - e^{-z}, z > 0$;
c) $m \sim \exp(9)$;
d) $M \sim \exp(3)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

4. Seja $Y \sim U[0,1]$. Sabemos que dado valor de $Y = y$, a variável X tem distribuição exponencial com a taxa y: $X|Y = y \sim \exp(\sqrt{y})$. Escolha alternativa correta.

a) $E(X) = 1/2$;
b) $E(X) = 2$;
c) $E(X) = \ln(3)/2$;
d) $E(X) = \infty$;
e) $E(X) = e^2/2$.

5. Seja (X, Y) uniformemente distribuído em área $Q = \{(x, y):\ |x| + |y| \leq 1\}$. Sabendo que $Y = y \in (-1,1)$ achar a função de distribuição cumulativa de X.

a) $X \sim U[-(1-y), -(y-1)]$;
b) $X \sim U[-|y|, |y|]$;
c) $X \sim U[-|1-y|, |1-y|]$;
d) $X \sim U[|y| - 1, 1 - |y|]$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

6. Em condições de item anterior escolha alternativa correta sobre $Z = X + Y$.

a) $E(Z) = 0$;
b) $P(Z > 0) = 1/3$;
c) $E(Z|Y = y) = y + 1$;
d) $E(Z|X = x) = 2x + 1$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

7. A distribuição conjunta de duas variáveis contínuas e positivas X e Y é dada pela densidade conjunta: $f_{X,Y}(x, y) = e^{-(x+y)},\ \ x, y \geq 0$. Calcule $E(XY)$.

a) 1;
b) 3;
c) 2;
d) 1/2;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

8. X, Y são i.i.d. com distribuição exponencial com média 3. Seja $Z = \min\left(\frac{X}{3}, \frac{Y}{2}\right)$.

a) $Z \sim \exp(2.5)$;
b) $Z \sim \exp(4.5)$;
c) $Z \sim \exp(15)$;
d) $Z \sim \exp(9)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

9. A densidade de v.a. X é dada pela seguinte formula: $f(x) = 1 - |x|$, se $x \in (-1,1)$ e $f(x) = 0$ caso contrário. Seja $p = P(X > 1/2 | X > -1/2)$.

a) $p = 2$;
b) $p = 1/2$;
c) $p = 1/7$;
d) $p = 1/8$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.

10. Para variável aleatória do item anterior escolha alternativa correta sobre a função falha $r(t)$.

a) $r(t) = \frac{2(1+t)}{1-t^2-2t}$, se $t \in (-1,1)$;
b) $r(t) = \frac{2(1+t)}{1-t^2-2t}$, se $t \in (-1,0)$;
c) $r(t) = \frac{2(1-t)}{1-t^2+2t}$, se $t \in (0,1)$;
d) $r(t) = \frac{2(1+t)}{(1-t)^2}$, se $t \in (0,1)$;
e) nenhuma das alternativas anteriores.