

MAE 0219 - INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA I

Segundo Semestre de 2017

Lista de Exercícios 9 - Modelos Bidimensionais I - CASA

Exercício 1. A distribuição conjunta de X e Y é dada na Tabela 1 abaixo.

Tabela 1

X/Y	-1	0	1
-1	1/6	1/6	1/6
1	1/12	1/3	1/12

- (a) Obtenha as distribuições marginais de X e Y .
- (b) Determine $E(X)$, $E(Y)$, $Var(X)$, $Var(Y)$ e $\rho(X, Y)$.
- (c) X e Y são independentes? Por quê?
- (d) Encontre a distribuição de Y dado $X = i$ e a respectiva esperança $E(Y|X = i)$, $i \in \{-1, 1\}$.
- (e) Encontre a distribuição conjunta de $Z = X - Y$ e $W = X + Y$ e determine $P(XY \leq 0)$.

Exercício 2. No primeiro mês de um bimestre de reuniões, o número X de acordos assume de modo equiprovável qualquer um dos valores $\{1, 2, 3, 4\}$. No segundo mês, cada um dos acordos do primeiro mês pode gerar, de modo independente, um novo acordo com probabilidade $1/2$. Seja Y o número de acordos firmados no segundo mês.

- (a) Encontre a função de probabilidade conjunta de X e Y .
- (b) X e Y são independentes? Por quê?
- (c) Determine a distribuição do número de acordos firmados ao término dos dois meses. Se a cada acordo firmado há um retorno de k reais, qual o retorno esperado ao cabo desse bimestre de reuniões?

Exercício 3¹. Jay tem duas tarefas a fazer, uma após a outra. Cada tentativa na i -ésima tarefa leva uma hora e é bem sucedida com probabilidade p_i , $i = 1, 2$. Se $p_1 = 0,3$ e $p_2 = 0,4$, qual a probabilidade de que Jay leve mais do que 5 horas para concluir as duas tarefas?

¹Exercício 6.34 do livro *A First Course in Probability*, 8^a ed, por Sheldon Ross, tradução nossa.