Variáveis Aleatórias Contínuas

Bacharelado em Administração - FEA - Noturno

$2^{\underline{o}}$ Semestre 2017

Sumário

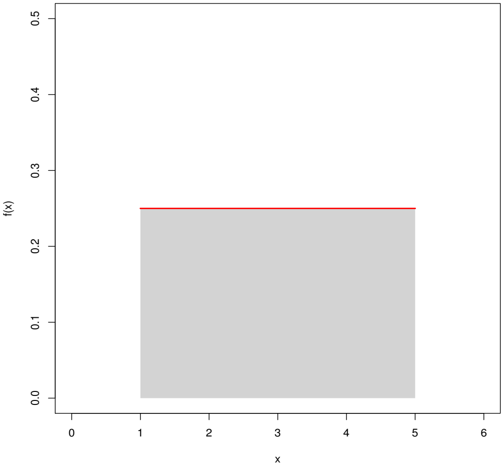
Objetivos da Aula

Variáveis Contínuas

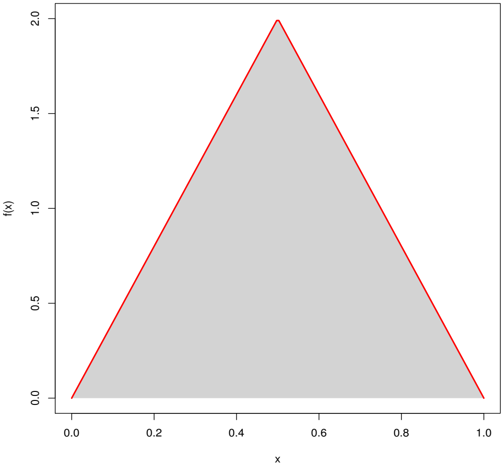
O objetivo principal desta aula é apresentar alguns formas de distribuições de variáveis aleatórias contínuas, discutir as principais propriedades para esse tipo de variável e ilustrar com algumas aplicações.

Sumário

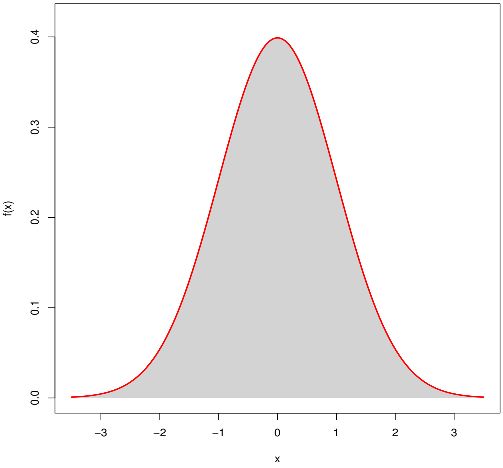
Distribuição Uniforme



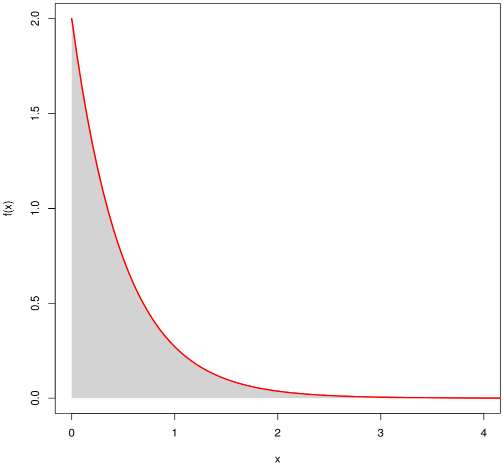
Distribuição Triangular



Distribuição Normal



Distribuição Exponencial



Sumário

Variáveis Aleatórias Contínuas

Definição

Uma função X definida sobre o espaço amostral Ω e assumindo valores num intervalo de números reais, é denominada variável aleatória contínua.

Variáveis Aleatórias Contínuas

Definição

Uma função X definida sobre o espaço amostral Ω e assumindo valores num intervalo de números reais, é denominada variável aleatória contínua.

Exemplos

- altura de um adulto
- custo do sinistro de um carro
- temperatura mínima diária
- saldo em aplicações financeiras
- ganho de peso após dieta
- distância percorrida

Variáveis Aleatórias Contínuas

Função densidade de probabilidade

A função densidade de probabilidade (f.d.p.) de uma variável aleatória X é uma função $f(x) \geq 0$ cuja área total sob a curva seja igual à unidade. Em termos matemáticos

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

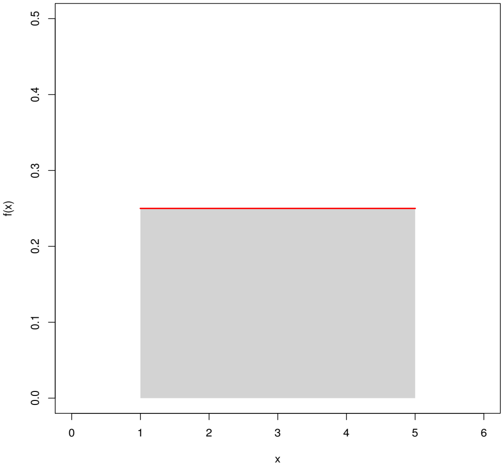
Variáveis Aleatórias Contínuas

Distribuição Uniforme

Se X é uma variável aleatória uniforme no intervalo $[1, 5]$ ($X \sim U[1, 5]$), a função densidade de probabilidade de X é definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & 1 \leq x \leq 5, \\ 0 & c.c. \end{cases}$$

Descrição de $f(x)$

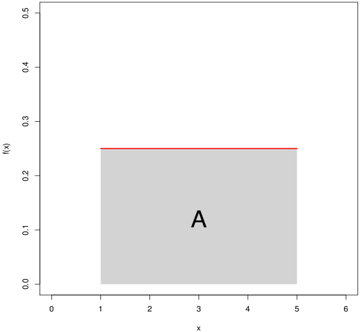


Variáveis Aleatórias Contínuas

Distribuição Uniforme

A área total sob a curva corresponde à área de um retângulo de base $\Delta = 4$ e altura $h = \frac{1}{4}$. Logo, a área total fica dada por

$$A = \Delta \times h = 4 \times \frac{1}{4} = 1.$$



Variáveis Aleatórias Contínuas

Distribuição Uniforme

A área total sob a curva pode ser calculada diretamente pela solução da integral

$$\begin{aligned}
\int_1^5 \frac{1}{4} dx &= \frac{1}{4} \int_1^5 dx \\
&= \frac{1}{4} x|_1^5 \\
&= \frac{1}{4}(5-1) \\
&= \frac{4}{4} = 1.
\end{aligned}$$

Variáveis Aleatórias Contínuas

Probabilidade de eventos

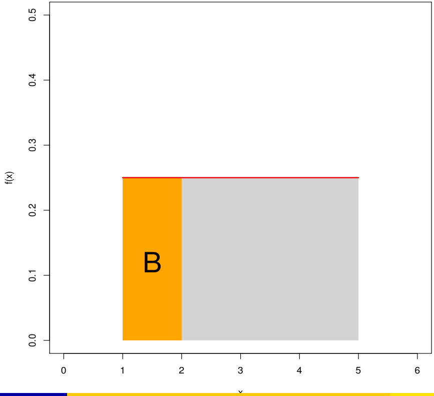
A probabilidade $P(a \leq X \leq b)$ corresponde à área sob a curva no intervalo $[a, b]$. Em termos matemáticos

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx.$$

Distribuição Uniforme

Por exemplo, a probabilidade $P(1 \leq X \leq 2)$ corresponde à área do retângulo de base $\Delta = 1$ e altura $h = \frac{1}{4}$. Essa área fica dada por

$$B = \Delta \times h = 1 \times \frac{1}{4} = 0,25.$$



Variáveis Aleatórias Contínuas

Distribuição Uniforme

A probabilidade $P(1 \leq X \leq 2)$ pode ser calculada diretamente pela solução da integral

$$\begin{aligned} \int_1^5 \frac{1}{4} dx &= \frac{1}{4} \int_1^2 dx \\ &= \frac{1}{4} x\Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{4}(2-1) \\ &= \frac{1}{4} = 0,25. \end{aligned}$$

Sumário

Esperança

Definição

A esperança matemática de uma variável aleatóra contínua X fica dada por

$$\mu = \mathrm{E}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx.$$

Sumário

Variância

Definição

A variância de uma variável aleatória X contínua é definida por

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \text{E}[X-\mu]^2 \\ &= \text{E}(X^2)-\mu^2, \end{aligned}$$

em que

$$\text{E}(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx.$$

Distribuição Uniforme

Vamos supor que X é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo [a,b] ($X \sim U[a,b]$), então $f(x) = (b-a)^{-1}$ para $a \leq x \leq b$ e $f(x) = 0$ em caso contrário.

Distribuição Uniforme

Vamos supor que X é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo [a,b] ($X \sim U[a, b]$), então $f(x) = (b - a)^{-1}$ para $a \leq x \leq b$ e $f(x) = 0$ em caso contrário.

Esperança

A esperança de X fica dada por

$$\mathrm{E}(X) = \frac{a + b}{2}.$$

Distribuição Uniforme

Vamos supor que X é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo [a,b] ($X \sim U[a, b]$), então $f(x) = (b - a)^{-1}$ para $a \leq x \leq b$ e $f(x) = 0$ em caso contrário.

Esperança

A esperança de X fica dada por

$$\mathrm{E}(X) = \frac{a + b}{2}.$$

Variância

A variância de X fica dada por

$$\mathrm{Var}(X) = \frac{(b - a)^2}{12}.$$

Sumário

Função de distribuição acumulada

Definição

A função de distribuição acumulada de uma variável aleatória T contínua é definida por

$$F(x) = P(T \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt.$$

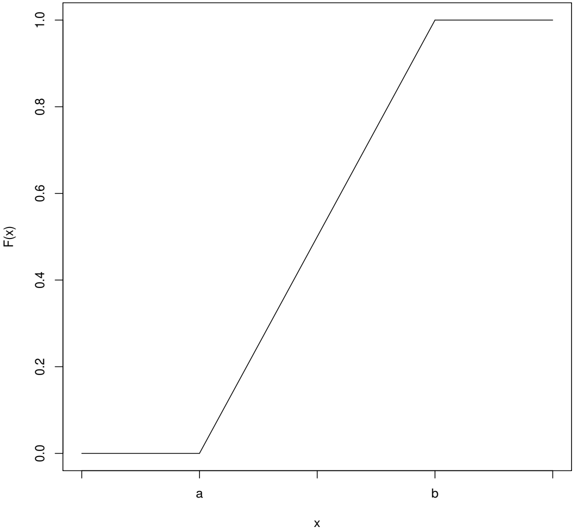
Função de Distribuição Acumulada

Distribuição Uniforme

A função de distribuição acumulada de uma variável aleatória $T \sim U[a, b]$ é dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a, \\ \frac{x}{b-a} & a \leq x < b, \\ 1 & x \geq b. \end{cases}$$

Descrição de $F(x)$



Sumário

Distribuição Exponencial

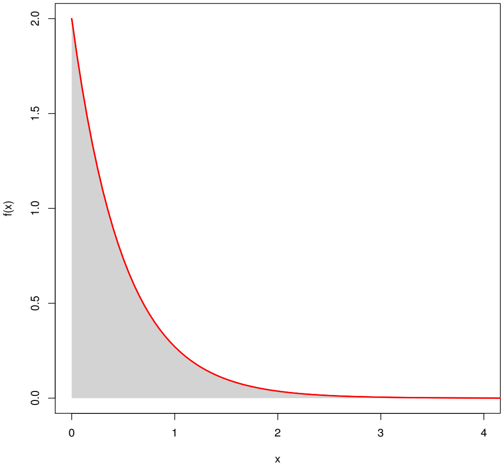
Distribuição Exponencial

Se X é uma variável aleatória com distribuição exponencial de parâmetro $\lambda > 0$ ($X \sim \text{Exp}(\lambda)$), a função densidade de probabilidade de X é definida por

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x},$$

em que $x > 0$.

Descrição de $f(x)$



Distribuição Exponencial

Área total

A área total sob a curva é calculada através da integral

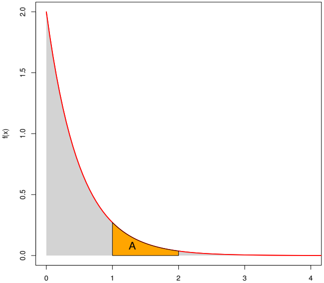
$$\int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = \lambda \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x} dx = 1.$$

Distribuição Exponencial

Probabilidade de eventos

A probabilidade $P(1 \leq X \leq 2)$ corresponde à área na figura abaixo e pode ser calculada pela integral

$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 \lambda e^{-\lambda x} dx \\ &= e^{-\lambda} - e^{-2\lambda}. \end{aligned}$$



Distribuição Exponencial

Vamos supor que X é uma variável aleatória com distribuição exponencial de parâmetro $\lambda > 0$.

Distribuição Exponencial

Vamos supor que X é uma variável aleatória com distribuição exponencial de parâmetro $\lambda > 0$.

Esperança

A esperança de X fica dada por

$$\mathrm{E}(X) = \frac{1}{\lambda}.$$

Distribuição Exponencial

Vamos supor que X é uma variável aleatória com distribuição exponencial de parâmetro $\lambda > 0$.

Esperança

A esperança de X fica dada por

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}.$$

Variância

A variância de X fica dada por

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}.$$

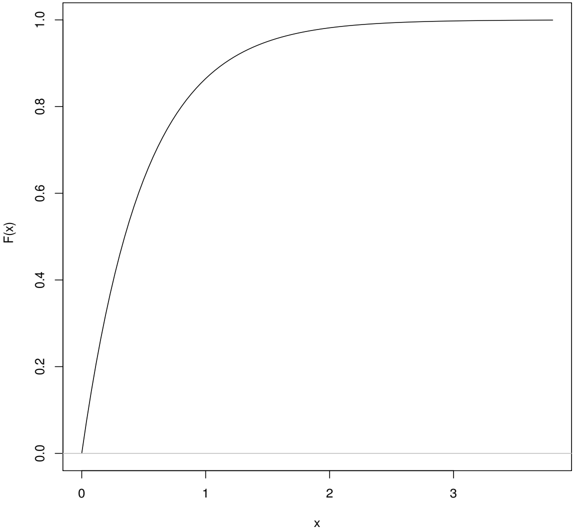
Distribuição Exponencial

Função de distribuição acumulada

A Função de Distribuição Acumulada de uma variável aleatória $T \sim \text{Exp}(\lambda)$ fica dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0, \\ 1 - e^{-\lambda x} & x > 0. \end{cases}$$

Descrição de $F(x)$ para $\lambda = 1$

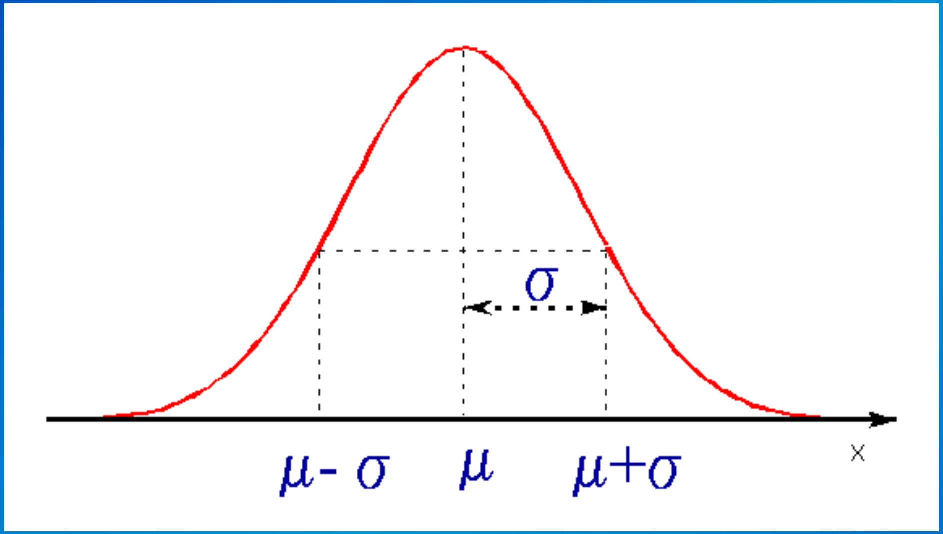


Distribuição normal

A distribuição normal é uma distribuição contínua cuja densidade de probabilidade é dada pela seguinte expressão:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < \infty$$

O gráfico da densidade normal



Propriedades:

- A curva normal é simétrica em torno da média μ;
- Como consequência a mediana é igual à média
- $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$ são os pontos onde a concavidade da curva muda de sentido
- A área sob a curva e acima do eixo horizontal é igual a 1.

Parâmetros da distibuição normal

A distribuição normal depende dos parâmetros de posição μ e de dispersão σ^2.

Quando falamos distribuição normal estamos empregando o termo num sentido um tanto ambíguo, que pode se referir a uma distribuição normal com um μ e um σ^2 dados ou ao conjunto de todas as distribuições normais em que

$- \infty < \mu < \infty$ e $\sigma^2 > 0$.

O significado de μ e σ^2

Da simetria da curva tem-se que $E(X) = \mu$.
Pode-se calcular a variância de X, obtém-se:
$E\{X - E(X)\}^2 = \sigma^2$.
Ou seja σ^2 é a variância de X.

Usaremos a seguinte notação para indicar a distribuição normal com média μ e variância σ^2:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Importância da distribuição normal

A distribuição normal é uma das mais importantes na Estatística porque um grande número de fenômenos aleatórios podem ser aproximados por essa distribuição. Ela foi introduzida pelo matemático alemão Karl Frederich Gauss em 1809 para descrever a distribuição dos erros de medidas.

Na próxima aula vamos utilizar um resultado da teoria das probabilidades que mostra um caráter universal da distribuição normal e justifica porque ela é encontrada com freqüência. Este resultado é denominado Teorema Central do Limite .

Propriedades dos modelos contínuos

Em resumo, as variáveis contínuas têm as seguintes propriedades:

A distribuição de probabilidades de uma v.a. X contínua é caracterizada por sua função densidade de probabilidade f , satisfazendo:

(i) A área sob f é 1;

(ii) $P(a \leq X \leq b)$ é dada pela área sob o gráfico de f acima do eixo x e entre os pontos a e b;

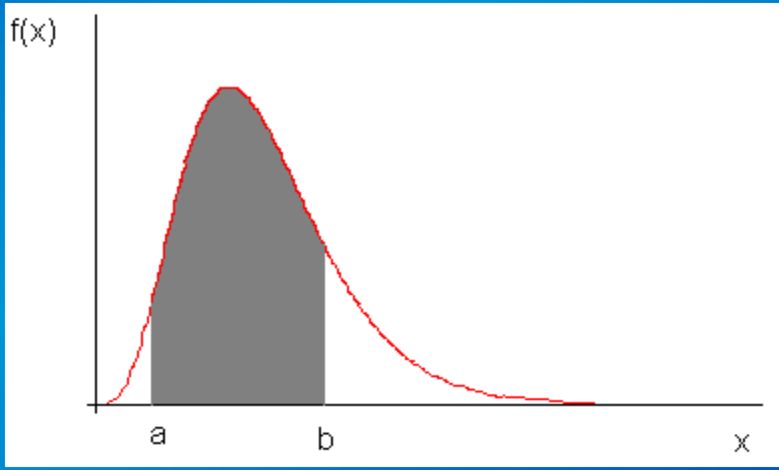
(iii) $f(x) \geq 0$ para todo x.

Uma consequência de (ii) é que $P(X = x) = 0$ para todo x.

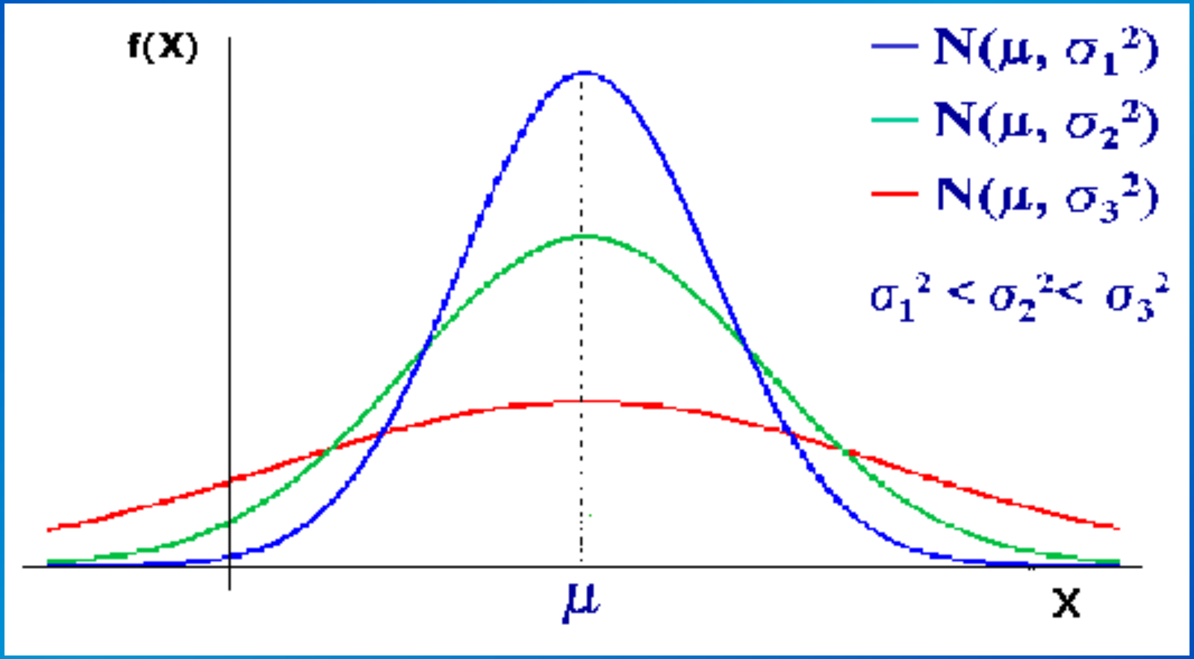
Probabilidades de intervalos

Decorre da propriedade (iv), que:

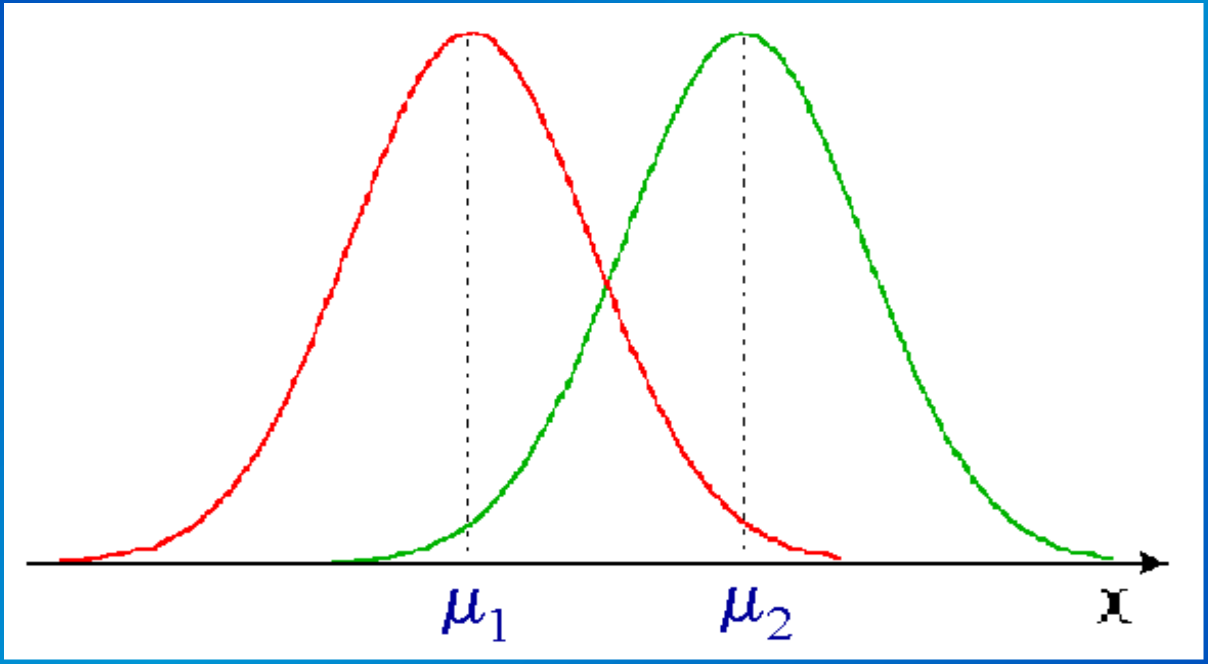
$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b)$



Curvas normais com mesma média mas com desvios padrão diferentes.

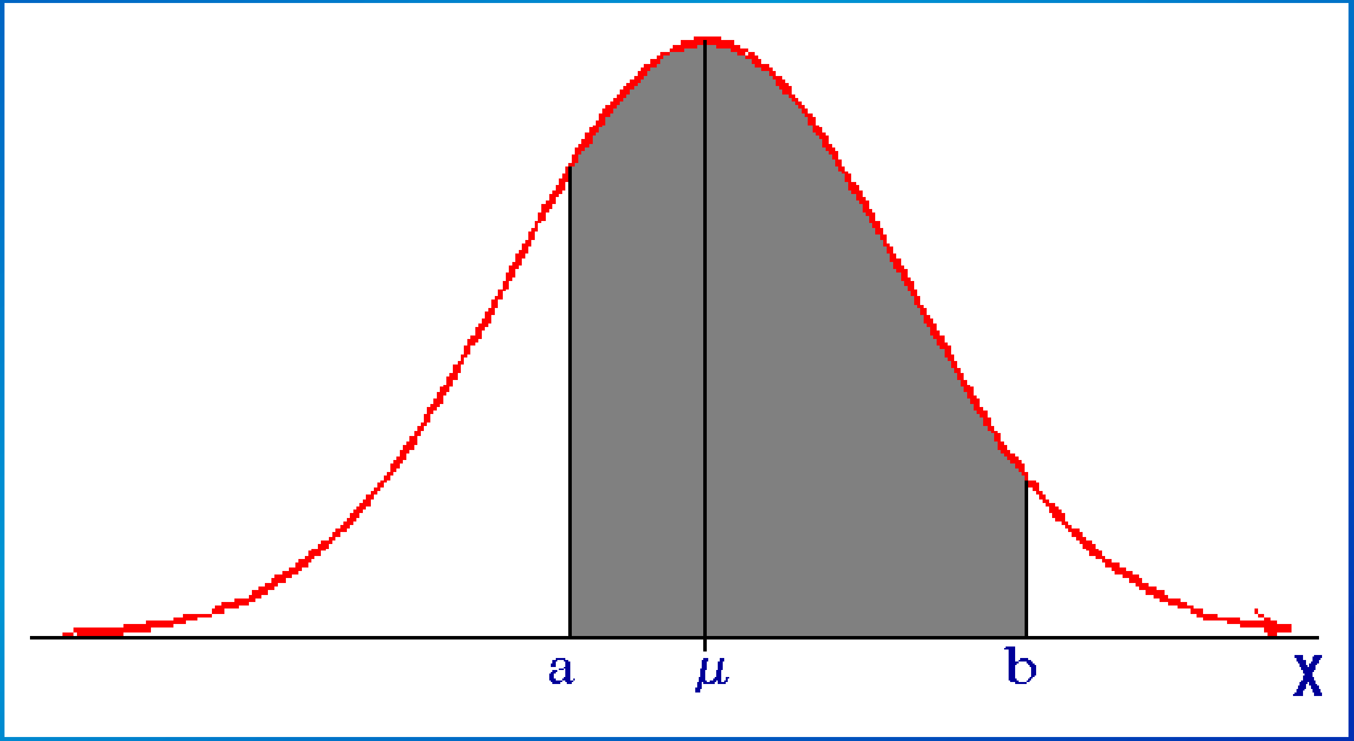


Curvas normais com mesmo desvio padrão mas com médias diferentes.



Cálculo de probabilidades para uma variável aleatória X com distribuição N(μ, σ^2)

P(a < X < b) = área sob a curva e acima do eixo horizontal entre a e b.



Para calcular probabilidades associadas a qualquer distribuição N(μ, σ^2) vamos usar a seguinte propriedade da distribuição normal:

Se X tem distribuição N(μ, σ^2) então a v. a.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma},$$

tem distribuicão normal com média 0 e variância 1.

Conclusão

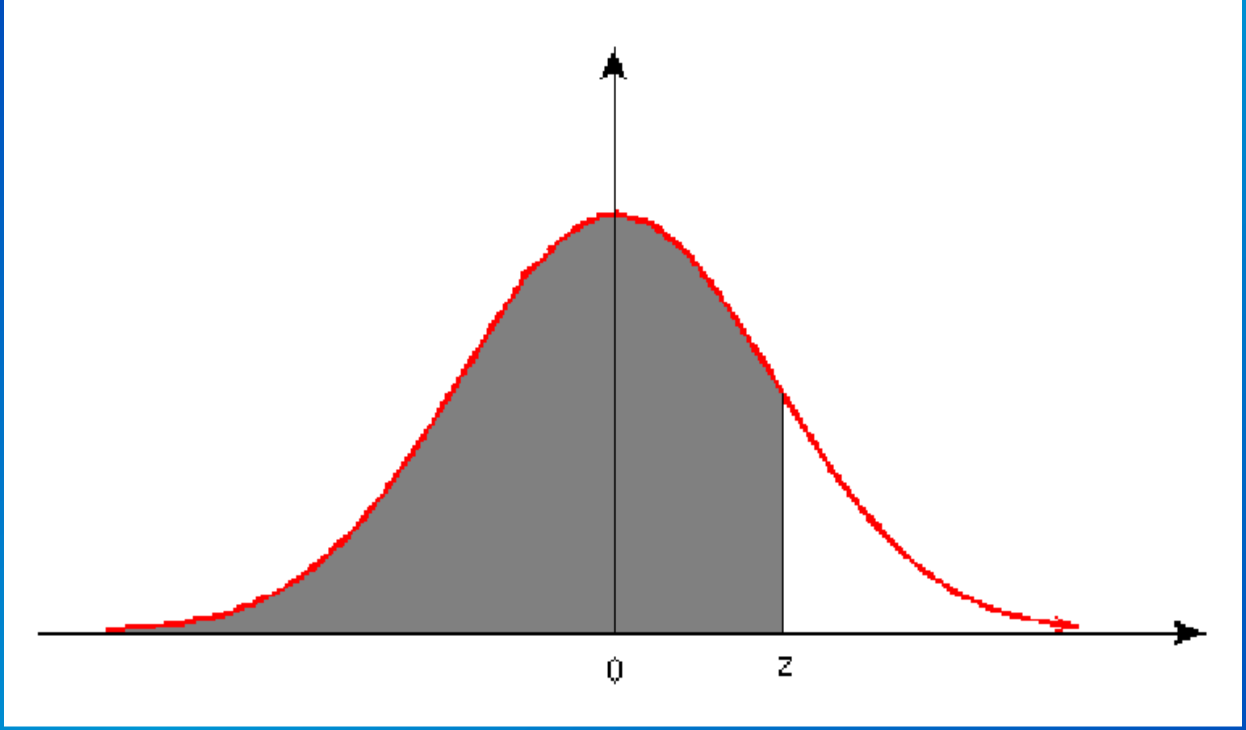
A importância desse resultado é que a nova variável tem também distribuição normal.

Portanto, para calcular P (a < X < b) reduz-se X a uma variável normal padrão Z

$$P(a < X < b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} < Z < \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

Z ~ N (0,1)

Uso da tabela normal padrão



A tabela II do livro Noções de Estatística fornece os valores de:
$A(z) = P(Z \leq z)$, para $z \geq 0$.

Distribuição Normal : Valores de $P(Z \leq z) = A(z)$

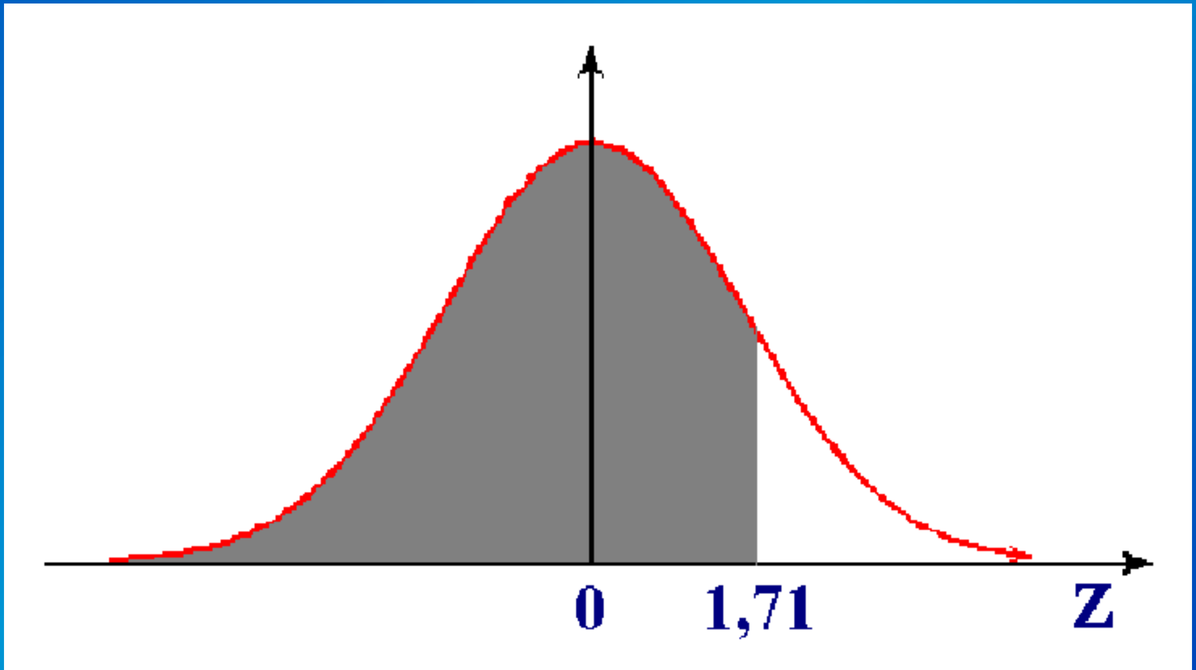
Segunda decimal de z

Parte inteira e primeira decimal de z

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Exemplo (a): Seja Z ~ N (0,1)

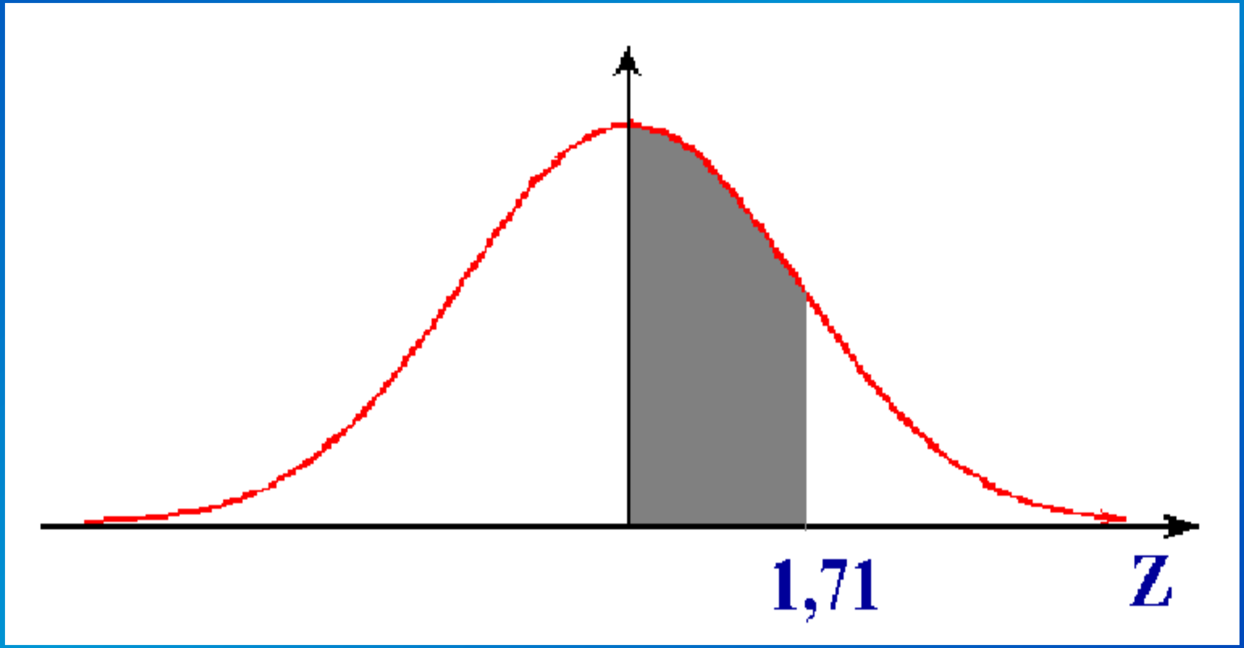
Calcular $P(Z \leq 1{,}71)$



$P(Z \leq 1{,}71) = A(1{,}71) = 0{,}9564$

Exemplo (b): Seja $Z \sim N(0,1)$

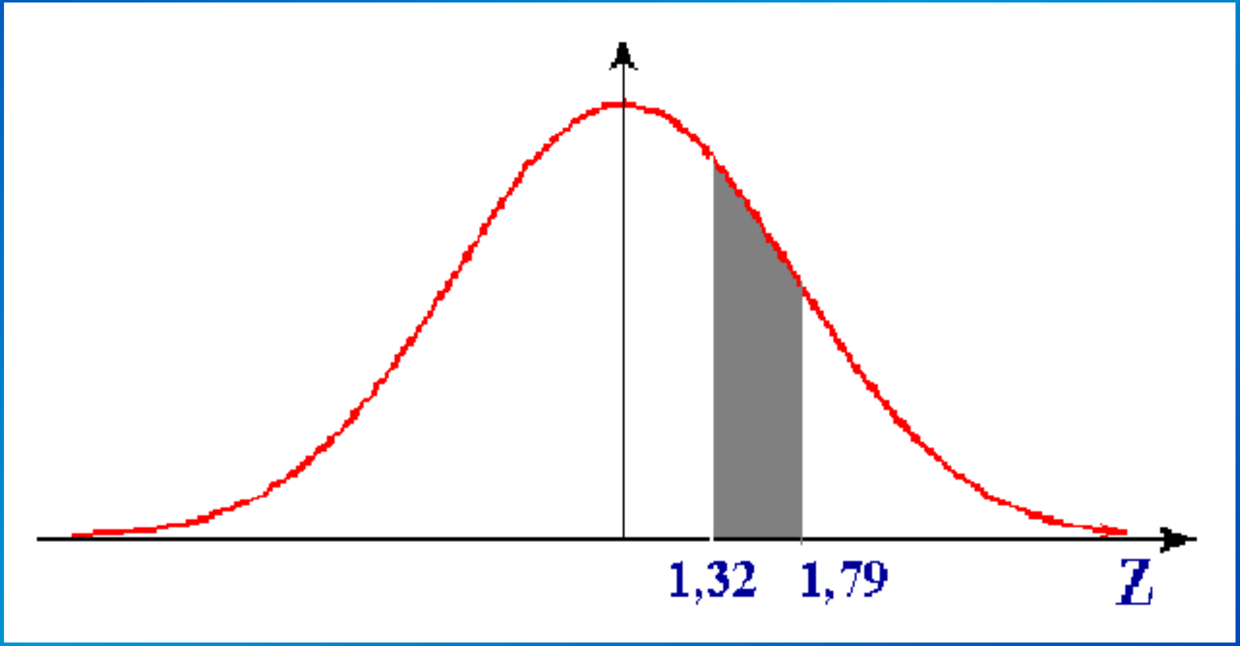
Calcular $P(0 < Z \leq 1,71)$



$$P(0 < Z \leq 1,71) = A(1,71) - 0,5$$
$$= 0,9564 - 0,5 = 0,4564$$

Exemplo (c): Seja Z ~ N (0,1)

Calcular $P(1{,}32 < Z \leq 1{,}79)$

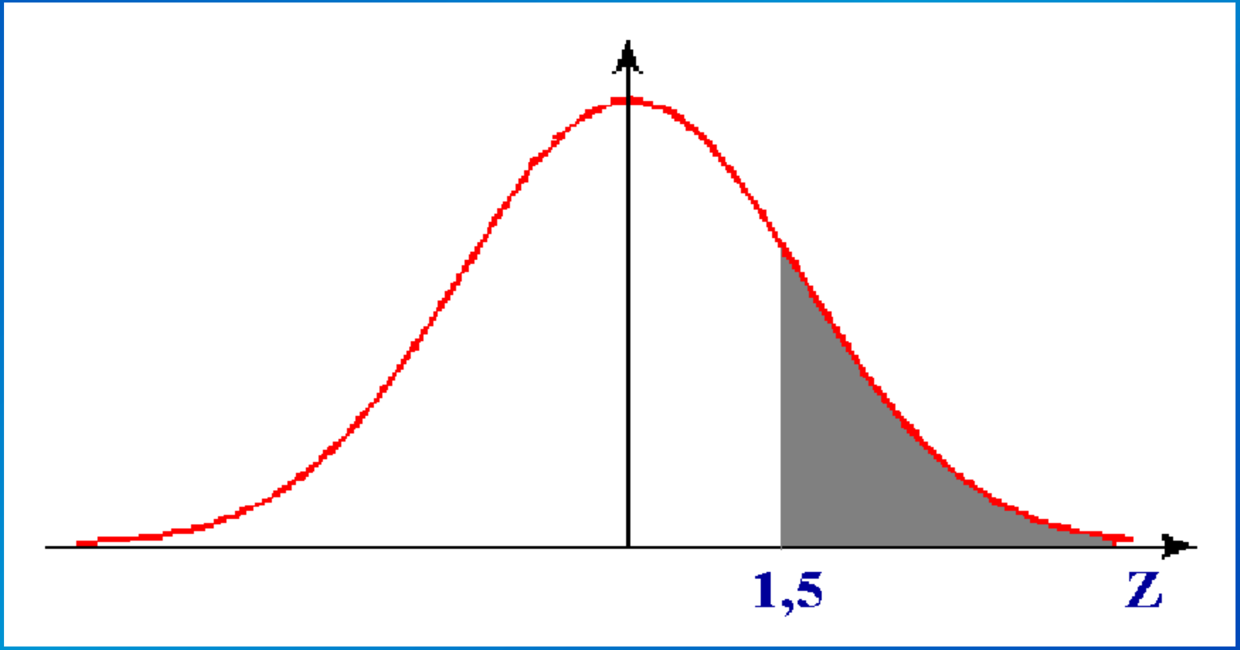


$$P(1{,}32 < Z \leq 1{,}79) = A(1{,}79) - A(1{,}32)$$

$$= 0{,}9633 - 0{,}9066 = 0{,}0567$$

Exemplo (d): Seja Z ~ N (0,1)

Calcular $P(Z \geq 1{,}5)$

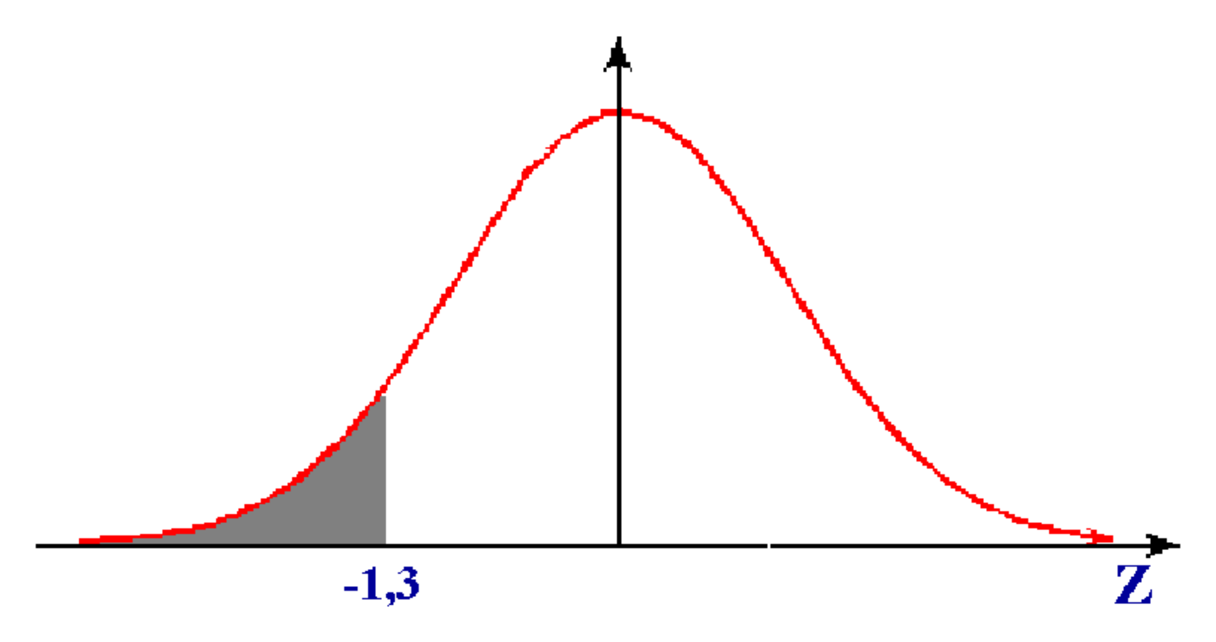


$$P(Z \geq 1{,}5) = 1 - A(1{,}5)$$

$$= 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$$

Exemplo (e): Seja Z ~ N (0,1)

Calcular P(Z ≤ -1,3)

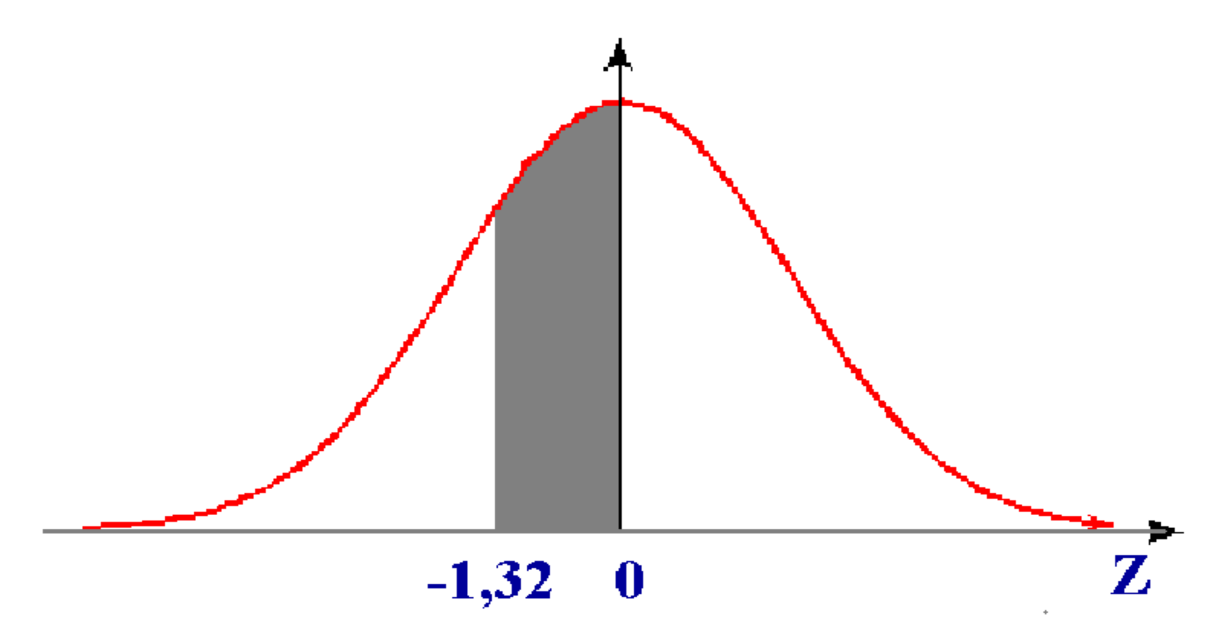


$P(Z \leq -1{,}3) = 1 - A(1{,}3)$

$= 1 - 0{,}9032 = 0{,}0968$

Exemplo (f): Seja Z ~ N (0,1)

Calcular P(-1,32 < Z < 0)

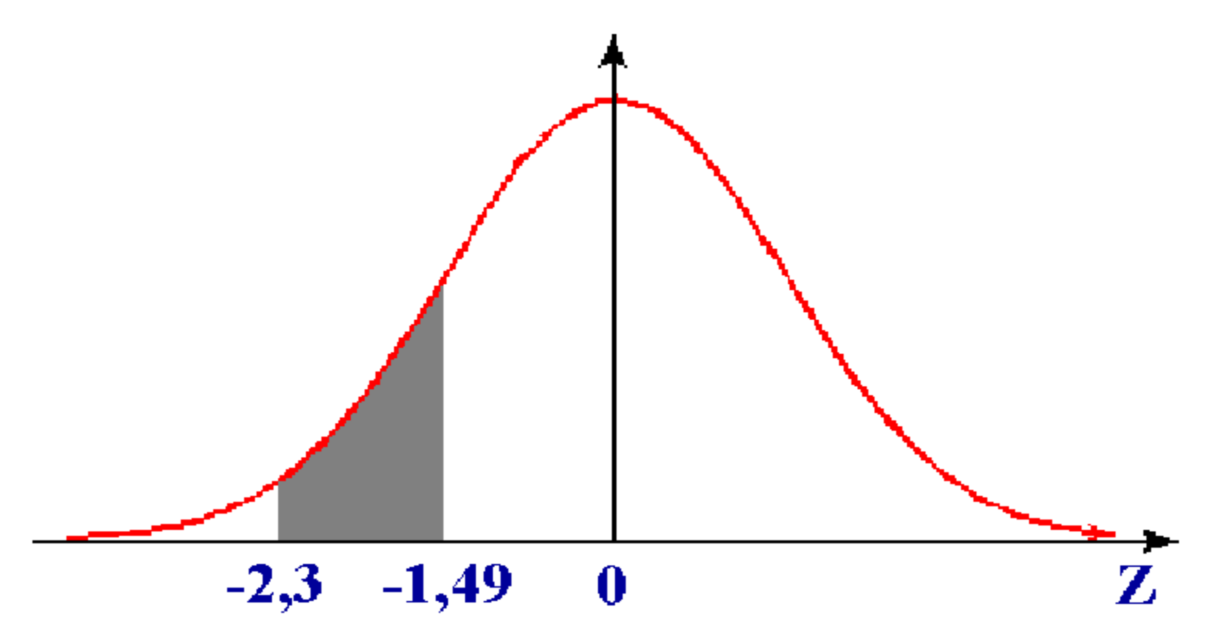


P(-1,32 < Z < 0) = P(0 < Z < 1,32) = A(1,32) - 0,5

= 0,9066 - 0,5 = 0,4066

Exemplo (g): Seja Z ~ N (0,1)

Calcular $P(-2{,}3 < Z \leq -1{,}49)$

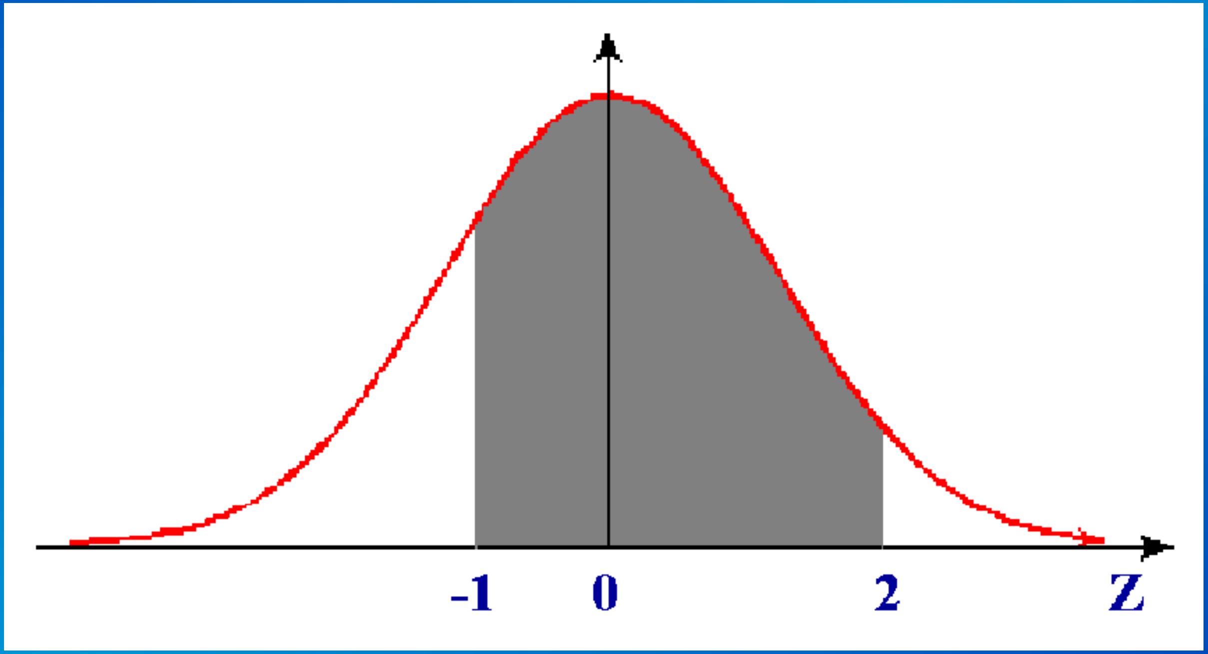


$$P(-2{,}3 < Z \leq -1{,}49) = P(1{,}49 < Z \leq 2{,}3) = A(2{,}3) - A(1{,}49)$$

$$= 0{,}9893 - 0{,}9319 = 0{,}0574$$

Exemplo (h): Seja Z ~ N (0,1)

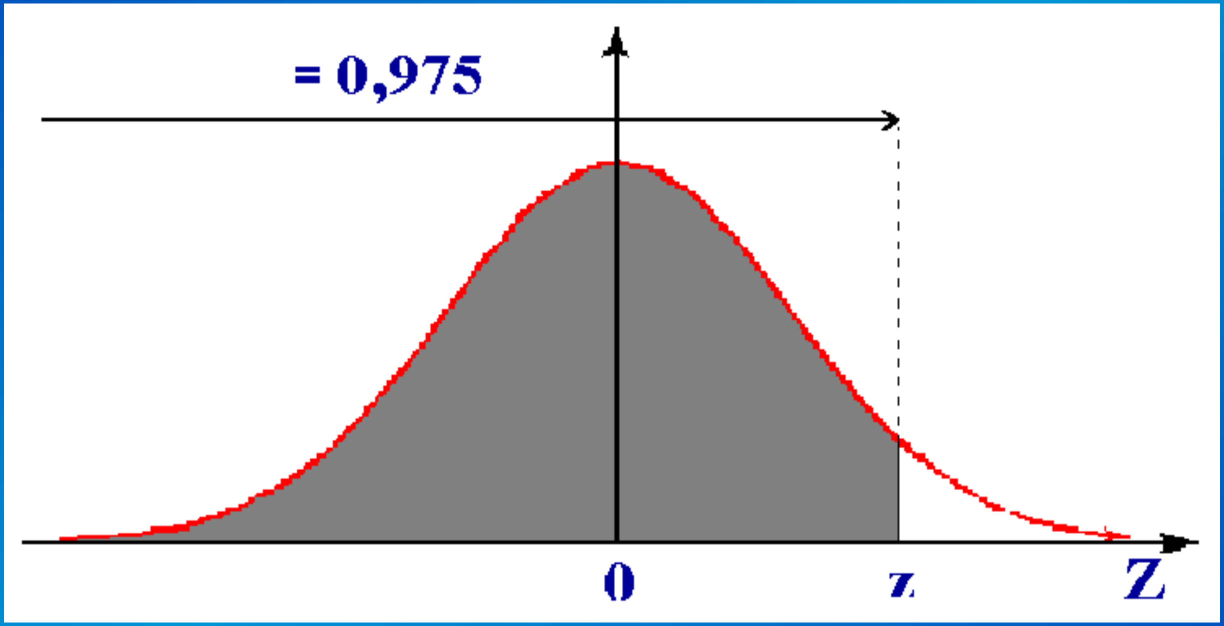
Calcular $P(-1 \leq Z \leq 2)$



$$P(-1 \leq Z \leq 2) = A(2) - [\ 1 - A(1)\ ]$$

$$= 0{,}9773 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}8186$$

a) Como encontrar o valor z na distribuição N(0, 1) tal que P(Z ≤ z) = 0,975

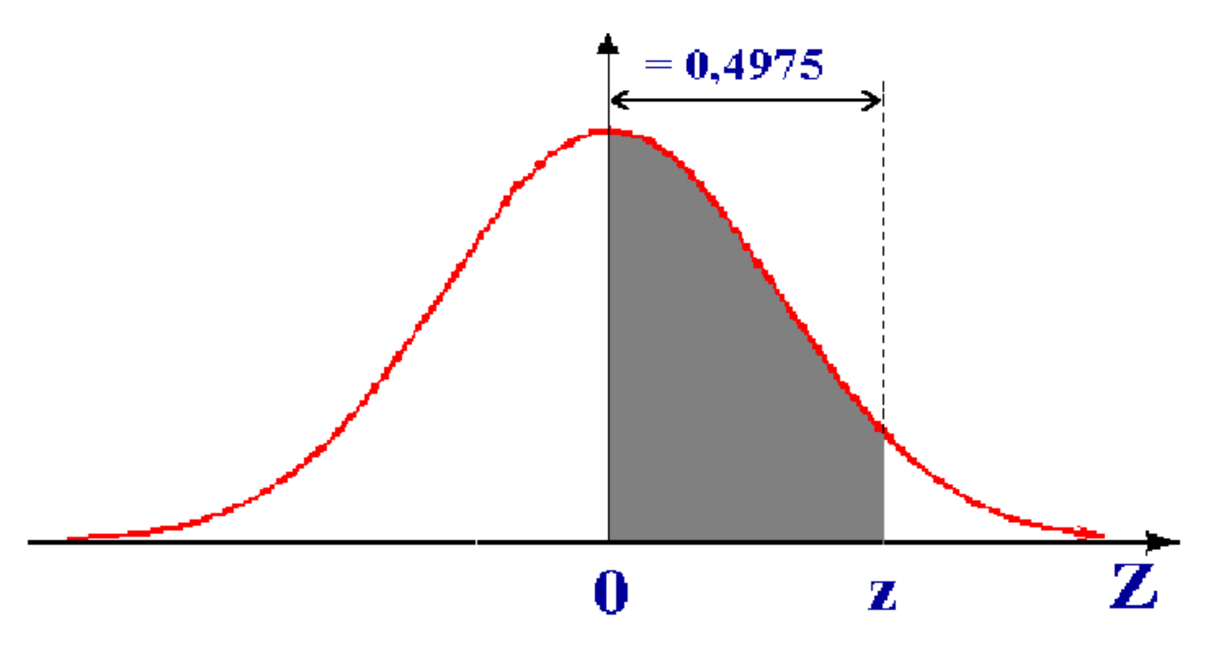


z é tal que A(z) = 0,975

Pela tabela, z = 1,96

b) Como encontrar o valor z na distribuição N(0, 1) tal que:

$P(0 < Z \leq z) = 0{,}4975$

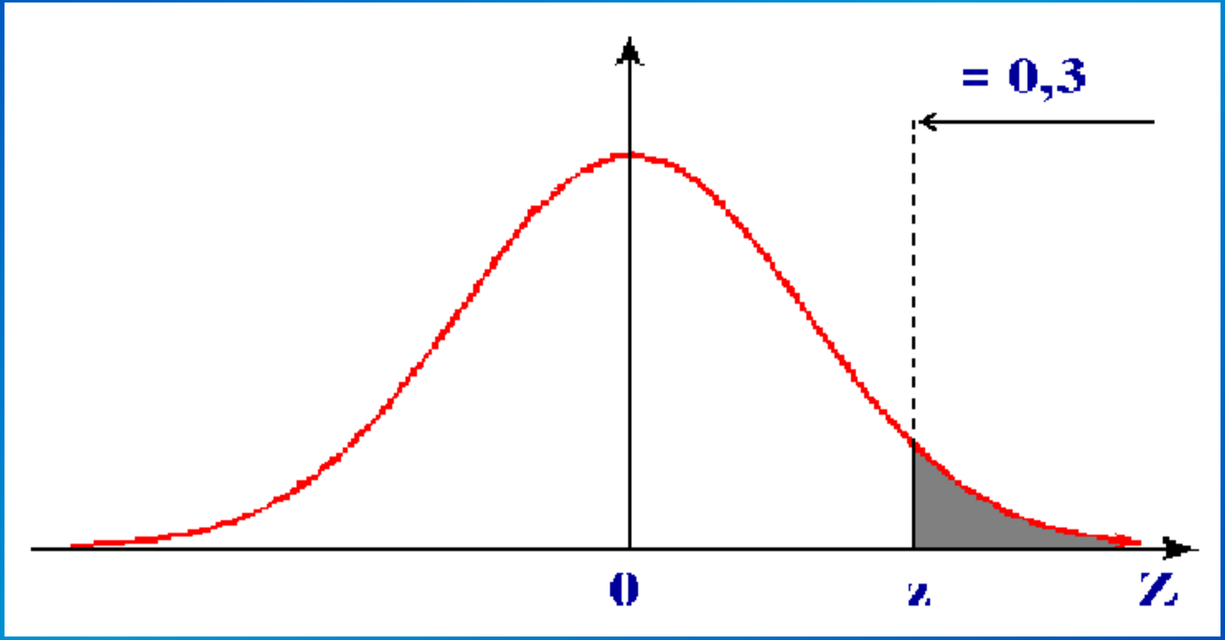


z é tal que $A(z) = 0{,}5 + 0{,}4975 = 0{,}9975$

Pela tabela, $z = 2{,}81$

c) Como encontrar o valor z na distribuição N(0, 1) tal que:

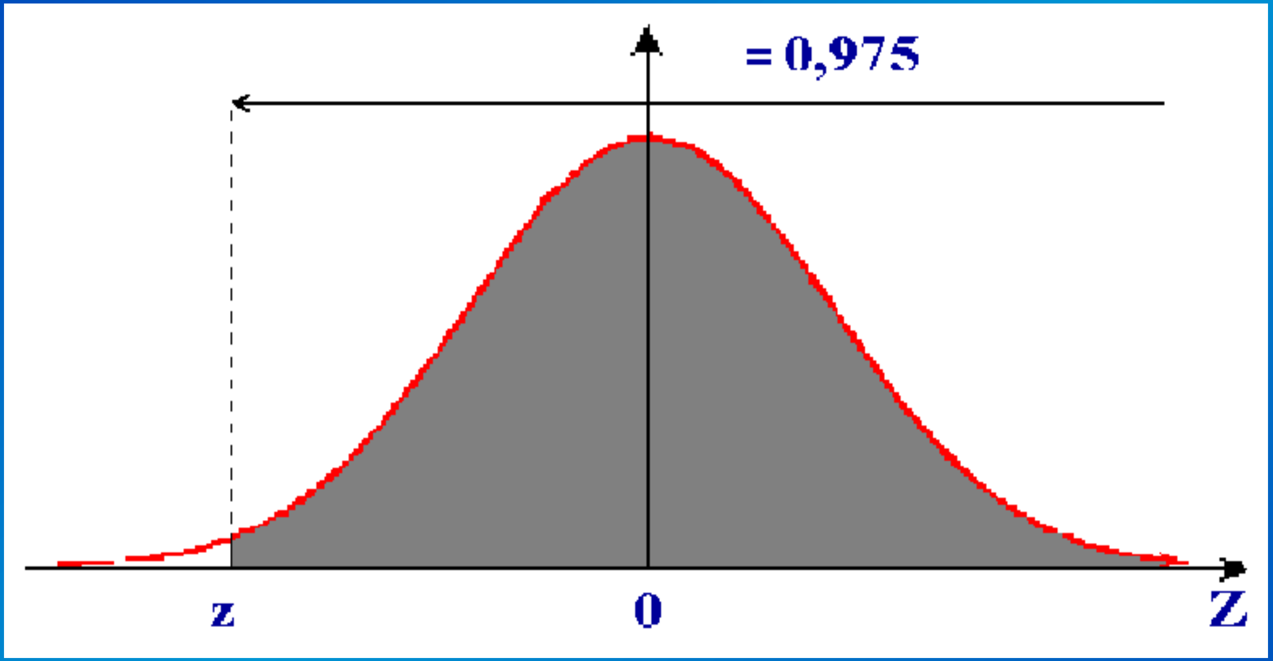
$P(Z \geq z) = 0,3$



z é tal que $A(z) = 0,7$

Pela tabela, $z = 0,53$

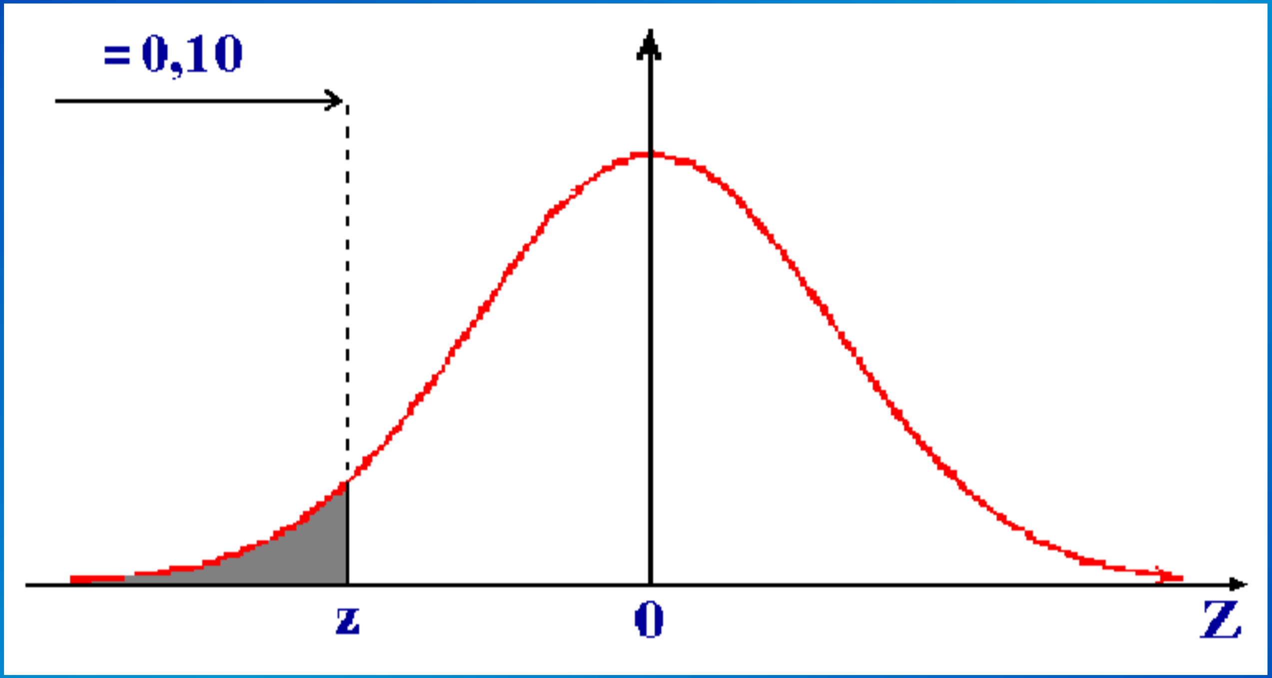
d) Como encontrar o valor z na distribuição N(0, 1) tal que $P(Z \geq z) = 0{,}975$



Determine k tal que $A(k) = 0{,}975$; $z = -k$

Pela tabela $k = 1{,}96 \;\therefore\; z = -1{,}96$

e) Como encontrar o valor z na distribuição N(0, 1) tal que P(Z ≤ z) = 0,10



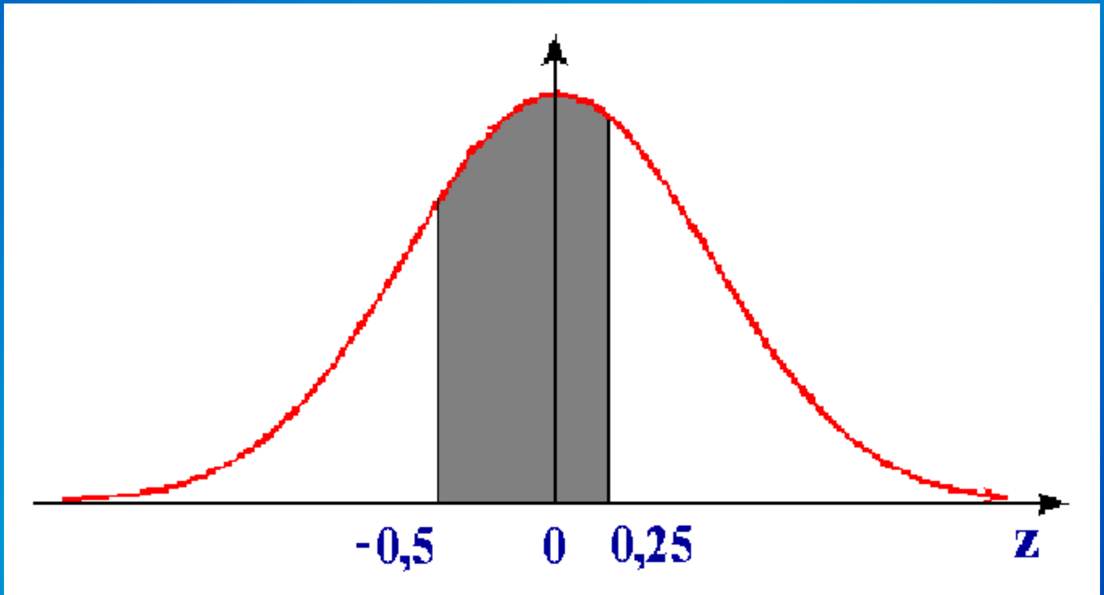
Determine k tal que A(k) = 0,9 ; z = -k

Pela tabela k = 1,28 ∴ z = -1,28

Exemplo (a): Seja X ~ N (10,64)

Calcular P(6 < X < 12)

$$P(6 < X < 12) = P\left(\frac{6-10}{8} < \frac{X-10}{8} < \frac{12-10}{8}\right) = P(-0,5 < Z < 0,25)$$



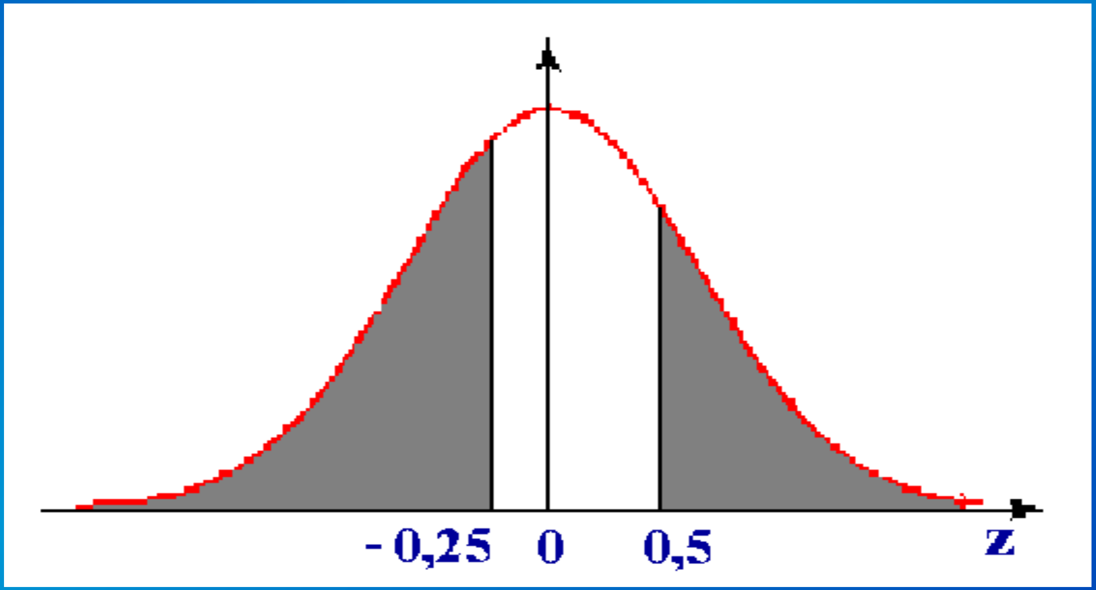
P(6 < X < 12) = A(0,25) - [1 - A(0,5)]

= 0,5987 - (1 - 0,6915) = 0,2902

Exemplo (b): Seja X ~ N (10,64)

Calcular P(X < 8 ou X > 14)

$$P(X<8)+P(X>14)=P\left(Z<\frac{8-10}{8}\right)+P\left(Z>\frac{14-10}{8}\right)=P(Z<-0,25)+P(Z>0,5)$$



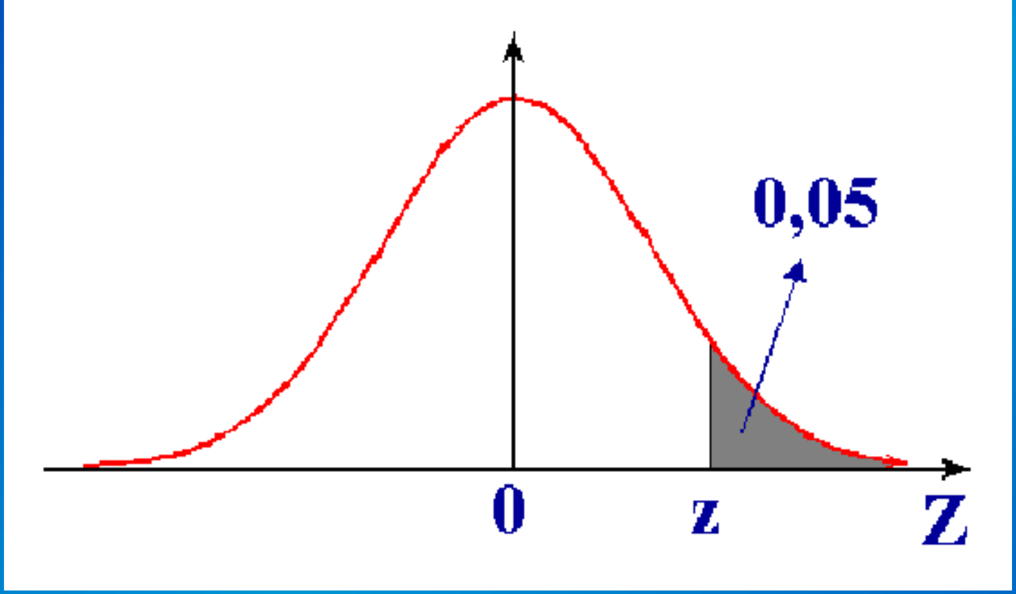
P(X < 8 ou X > 14) = [1 - A(0,25)] + [1 - A(0,5)]

= [1 - 0,5987] + [1 - 0,6915] = 0,7098

Exemplo (c): Seja X ~ N (10,64)

Calcular k tal que P(X ≥ k) = 0,05

$$P(X \geq k) = 0{,}05 \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{k-10}{8}\right) = 0{,}05$$



z é tal que A(z) = 0,95.

Pela tabela z = 1,64

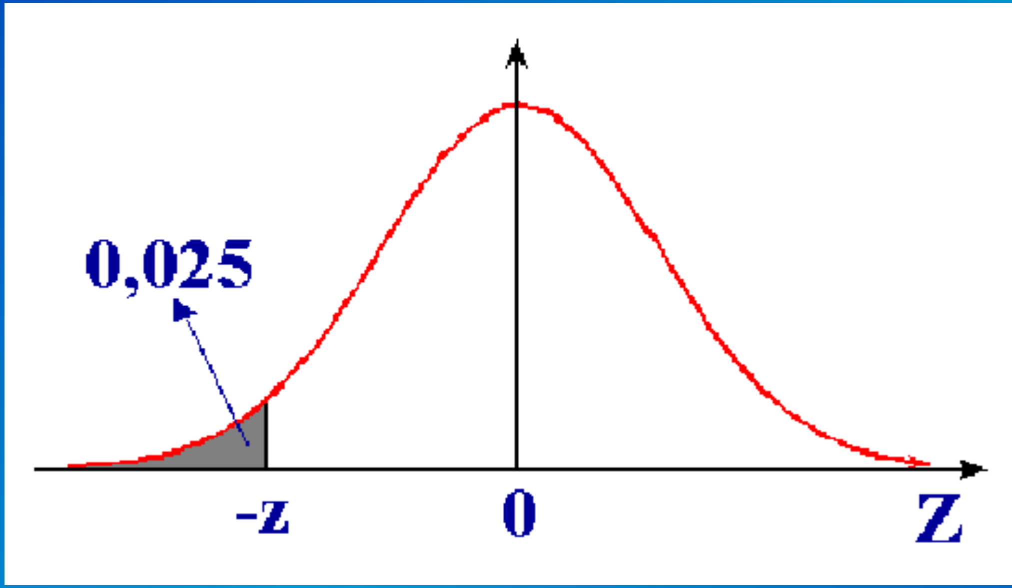
Então, $z = \dfrac{k-10}{8} = 1{,}64.$

Logo, k = 10 + 1,64x8 = 23,12

Exemplo (d): Seja X ~ N (10,64)

Calcular k tal que P(X ≤ k) = 0,025

$$P(X \leq k) = 0{,}025 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{k-10}{8}\right) = 0{,}025$$



z é tal que A(z) = 0,975.

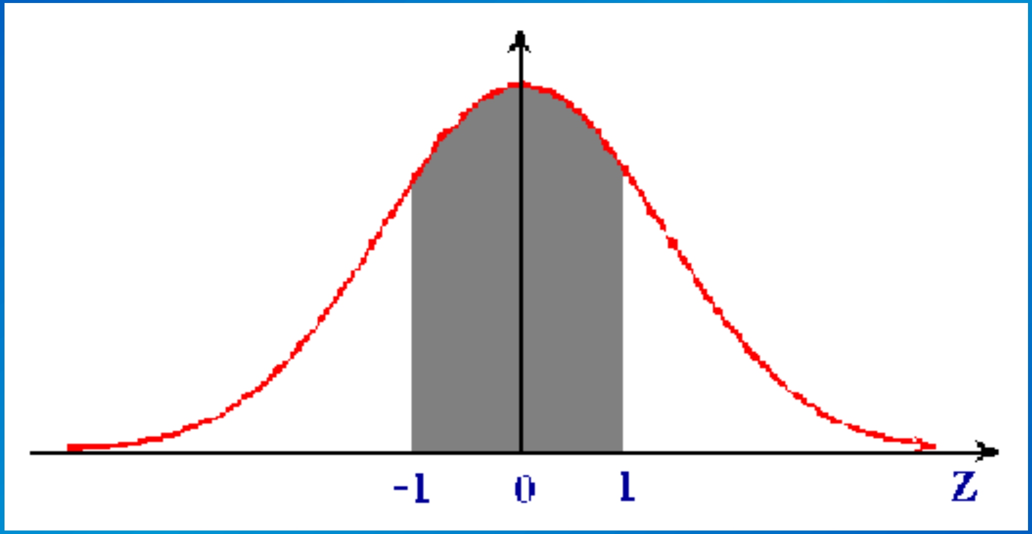
Pela tabela z = 1,96

Então, $\frac{k-10}{8} = -z = -1{,}96$.

Logo, k = 10 - 1,96x8 = -5,68

Observação: Se $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

(i) $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = P\left(\frac{\mu - \sigma - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{\mu + \sigma - \mu}{\sigma}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1)$



$P(-1 \leq Z \leq 1) = 2 \times [A(1) - 0{,}5] = 2 \times (0{,}8413 - 0{,}5) = 0{,}6826$

Portanto $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0{,}683$

(ii) $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = P(-2 \leq Z \leq 2) = 0{,}955$

(iii) $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) = P(-3 \leq Z \leq 3) = 0{,}997$

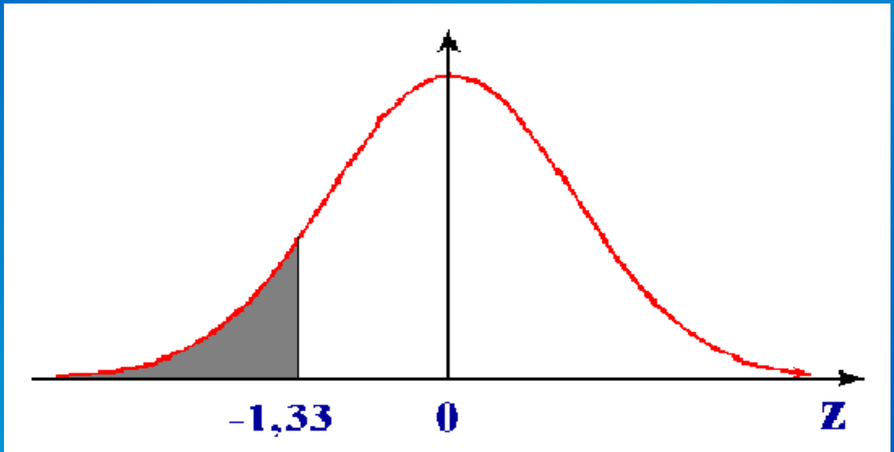
Exemplo (a)

O tempo gasto no exame vestibular de uma universidade tem distribuição Normal, com μ = 120 min e σ = 15 min.

a) Sorteando-se um aluno ao acaso, qual é a probabilidade dele terminar o exame antes de 100 minutos?

T: tempo gasto no exame vestibular **$T \sim N(120, 225)$**

$$P(T < 100) = P\left(Z < \frac{100 - 120}{15}\right) = P(Z < -1{,}33)$$



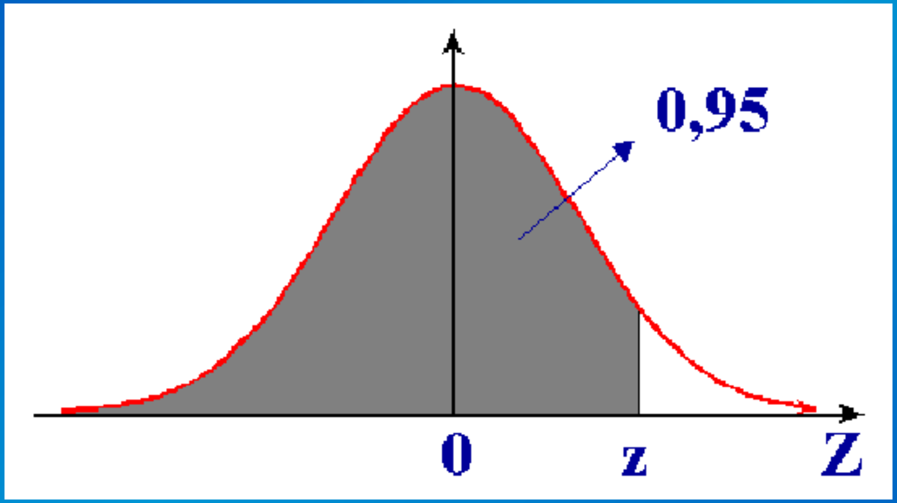
$P(Z < -1{,}33) = 1 - A(1{,}33) = 1 - 0{,}9082 = 0{,}0918$

Exemplo (b)

b) **Qual deve ser o tempo de prova, de modo a permitir que 95% dos vestibulandos terminem no prazo estipulado?**

T: tempo gasto no exame vestibular **$T \sim N(120, 225)$**

$$P(T < t) = 0{,}95 \Rightarrow P\left(Z < \frac{t - 120}{15}\right) = 0{,}95$$



z é tal que A(z) = 0,95.

Pela tabela z = 1,64

$$\text{Então, } \frac{t - 120}{15} = 1{,}64 \quad \Rightarrow \quad t = 120 + 1{,}64 \times 15 = 144{,}6 \text{ min}$$