

MAE 0219 - INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA I

Segundo Semestre de 2017

Lista de Exercícios 5 - Variáveis Aleatórias Discretas - CASA

Exercício 1. Dois dados honestos são lançados independentemente. Seja X o maior valor das duas faces e Y a variável aleatória que é igual a 1 se as duas faces são iguais e 0 caso contrário.

- (a) Determine as distribuições de probabilidades dessas duas variáveis aleatórias, bem como $E(X)$, $E(Y)$, $\text{Var}(X)$, $\text{Var}(Y)$, $\text{DP}(X)$ e $\text{DP}(Y)$.
- (b) Construa o gráfico de função de distribuição cumulativa para cada uma das duas variáveis.

Exercício 2. Um jogador A paga R\$5,00 a B e lança um dado. Se sair face 3 ganha R\$20,00. Se sair faces 4, 5 e 6, perde. Se sair a face 1 ou 2 tem o direito de jogar novamente. Desta vez lança três moedas honestas. Se sair três caras, ganha R\$50,00. Se sair duas caras, recebe o dinheiro de volta. Nos demais casos, perde. Seja X uma variável aleatória representando o lucro líquido do jogador A nesse jogo. Determine:

- (a) a função de probabilidade de X .
- (b) $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.

Exercício 3. Suponha que o número de compras online X por ano per capita seja uma variável aleatória com função de probabilidade dada por

$$\mathbb{P}(X = k) = 2^{-k}c, \quad k = 1, \dots, n,$$

em que $n > 1$ é um número natural finito e $c \in \mathbb{R}$. Encontre o valor da constante c e determine $E(X)$.

Exercício 4. O número de navios que chega em cada semana a um porto é uma variável aleatória X com distribuição Poisson com parâmetro $\lambda = 5$. Suponha que o número de navios que chega numa dada semana seja independente do número de navios que chega em outras semanas.

- (a) Qual é o número médio de navios que chegam por semana? Determine também a probabilidade de chegar pelo menos dois navios numa dada semana. Justifique suas respostas!
- (b) Qual o número médio de semanas sem chegada de navios em um período de 56 semanas? Qual a probabilidade de que em exatamente 30 destas 56 semanas ter ocorrido a chegada de dois ou mais navios? Justifique suas respostas!

Exercício 5. Uma moeda honesta é lançada de modo sucessivo. Seja T o número de lançamento até a ocorrência da primeira coroa. É feita a seguinte proposta, que pode ser aceita por meio do pagamento de uma dada taxa: se $T = k$, então você receberá R\$ $2k$. Qual seria o valor justo para esta taxa? Nessas condições, determine variância do ganho líquido.