

MAE0219 - Introdução à Probabilidade e Estatística I

2º semestre de 2017

Lista de exercícios 10 - Modelos Bidimensionais II - C A S A

Exercício 1

Supor que (X, Y) tem função densidade de probabilidade conjunta dada por

$$f(x, y) = (1/64)(x+y), \quad 0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 4.$$

- (a) Verifique que $f(x, y)$ é uma função densidade de probabilidade.
- (b) Obtenha as densidades marginais de X e Y e verifique se X e Y são independentes.
- (c) Obtenha as densidades condicionais $X|Y=y$ e $Y|X=x$.

Exercício 2

Suponha que X e Y sejam variáveis aleatórias com $\text{Var}(X)=1$, $\text{Var}(Y)=2$ e $\rho(X, Y)=1/2$. Determine $\text{Var}(X-2Y)$.

Exercício 3

Supor que a distribuição conjunta do tempo de duração (X, Y) de dois componentes eletrônicos é dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} \exp(-(x+y)) & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Encontre as densidades marginais de X e Y .
- (b) Calcule $P(0 < X < 1, 1 < Y < 2)$.
- (c) Determine $E(X)$, $E(Y)$ e $\rho(X, Y)$.
- (d) X e Y são independentes? Justifique.

Exercício 4

Supor que (X, Y) tem função densidade de probabilidade conjunta normal bivariada com $\mu_X = 0$, $\mu_Y = -1$, $\sigma_X^2 = 1$, $\sigma_Y^2 = 4$ e $\rho = -1/2$.

- (a) Obtenha as distribuições marginais de X e Y .
- (b) Calcule $P(X > 0)$ e $P(Y > -1)$.
- (c) Obtenha as distribuições condicionais de $X|Y=0,5$ e $Y|X=0,2$.