

Estatística II

Lista de Exercícios 1

Matemática e Física o 1º semestre 2006 o Turma 4M

Wagner de Souza Borges

FCBEE, Universidade Presbiteriana Mackenzie

wborges@mackenzie.com.br

Exercício 1. Sejam

$$T(X_1, X_2, \dots, X_n) \text{ e } S(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

dois estimadores não-viciados para um parâmetro desconhecido, θ , de uma distribuição de probabilidades $f(x : \theta)$. Sabe-se ainda que:

- $0 \leq \theta \leq 1$ e $n \geq 4$;
- $Var(T(X_1, X_2, \dots, X_n)) = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$;
- $Var(S(X_1, X_2, \dots, X_n)) = \frac{n}{56n-180}$.

Nessas condições:

- a. Qual o vício desses estimadores?
- b. Qual deles é consistente?
- c. Qual deles é mais eficiente?

Exercício 2. Se X_1, X_2, \dots, X_n é uma ACS de tamanho n da distribuição de probabilidade

$$f(x : \theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ e } \theta > 0 :$$

- a. Determine as funções de verossimilhança, $L(\theta)$, e escore, $l(\theta)$, da amostra;
- b. Determine o estimador de máxima-verossimilhança de θ ;
- c. Determine o estimador de máxima-verossimilhança da média, ξ , dessa distribuição;
- d. Se $n = 10$ e a ACS observada é

$$0,22, 0,61, 0,77, 0,92, 0,85, 0,77, 0,84, 0,81, 0,9, 5 \text{ e } 0,88$$

obtenha as estimativas de máxima-verossimilhança de θ e de ξ .

Exercício 3. Se X_1, X_2, X_3 é uma ACS de tamanho 3 da distribuição de probabilidade

$$f(x : \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x}, \quad x = 0, 1 \text{ e } 0 \leq \theta \leq 1,$$

Determine as distribuições amostrais de:

$$S(X_1, X_2, X_3) = X_1 + X_2 + X_3 \quad ; \quad T(X_1, X_2, X_3) = \min(X_1, X_2, X_3) \text{ e } V(X_1, X_2, X_3) = \max(X_1, X_2, X_3) .$$

Exercício 4. Se X_1, X_2, X_3 é uma ACS de tamanho 3 da distribuição uniforme no intervalo $[\mu - \theta, \mu + \theta]$:

- a. Determine as funções de verossimilhança, $L(\theta)$, e escore, $l(\theta)$, da amostra;
- b. Determine os estimadores de máxima-verossimilhança de μ e θ .
- d. Se a ACS observada é 2, 6 e 9, obtenha as estimativas de máxima-verossimilhança de θ e de ξ .