

# Estatística II

## Lista de Exercícios 1

Matemática e Física o 1º semestre 2006 o Turma 4M

Wagner de Souza Borges

FCBEE, Universidade Presbiteriana Mackenzie

wborges@mackenzie.com.br

**Exercício 1.** Sejam

$$T(X_1, X_2, \dots, X_n) \text{ e } S(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

dois estimadores não-viciados para um parâmetro desconhecido,  $\theta$ , de uma distribuição de probabilidades  $f(x : \theta)$ . Sabe-se ainda que:

- $0 \leq \theta \leq 1$  e  $n \geq 4$ ;
- $Var(T(X_1, X_2, \dots, X_n)) = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$ ;
- $Var(S(X_1, X_2, \dots, X_n)) = \frac{n}{56n-180}$ .

Nessas condições:

- a. Qual o vício desses estimadores?
- b. Qual deles é consistente?
- c. Qual deles é mais eficiente?

**Exercício 2.** Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  é uma ACS de tamanho  $n$  da distribuição de probabilidade

$$f(x : \theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ e } \theta > 0 :$$

- a. Determine as funções de verossimilhança,  $L(\theta)$ , e escore,  $l(\theta)$ , da amostra;
- b. Determine o estimador de máxima-verossimilhança de  $\theta$ ;
- c. Determine o estimador de máxima-verossimilhança da média,  $\xi$ , dessa distribuição;
- d. Se  $n = 10$  e a ACS observada é

$$0,22, 0,61, 0,77, 0,92, 0,85, 0,77, 0,84, 0,81, 0,9, 5 \text{ e } 0,88$$

obtenha as estimativas de máxima-verossimilhança de  $\theta$  e de  $\xi$ .

**Exercício 3.** Se  $X_1, X_2, X_3$  é uma ACS de tamanho 3 da distribuição de probabilidade

$$f(x : \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x}, \quad x = 0, 1 \text{ e } 0 \leq \theta \leq 1,$$

Determine as distribuições amostrais de:

$$S(X_1, X_2, X_3) = X_1 + X_2 + X_3 \quad ; \quad T(X_1, X_2, X_3) = \min(X_1, X_2, X_3) \text{ e } V(X_1, X_2, X_3) = \max(X_1, X_2, X_3).$$

**Exercício 4.** Se  $X_1, X_2, X_3$  é uma ACS de tamanho 3 da distribuição uniforme no intervalo  $[\mu - \theta, \mu + \theta]$ :

- a. Determine as funções de verossimilhança,  $L(\theta)$ , e escore,  $l(\theta)$ , da amostra;
- b. Determine os estimadores de máxima-verossimilhança de  $\mu$  e  $\theta$ .
- d. Se a ACS observada é 2, 6 e 9, obtenha as estimativas de máxima-verossimilhança de  $\theta$  e de  $\xi$ .