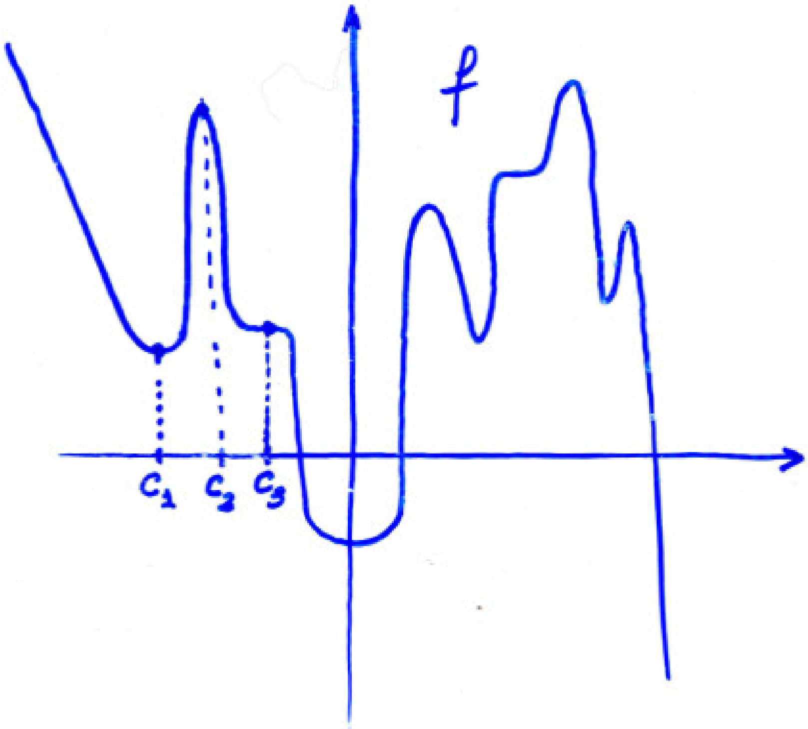
LIMITES A PRIORI REAIS, ERGODICIDADE E DERIVADA DE SCHWARZ



* $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ CLASSE C^3

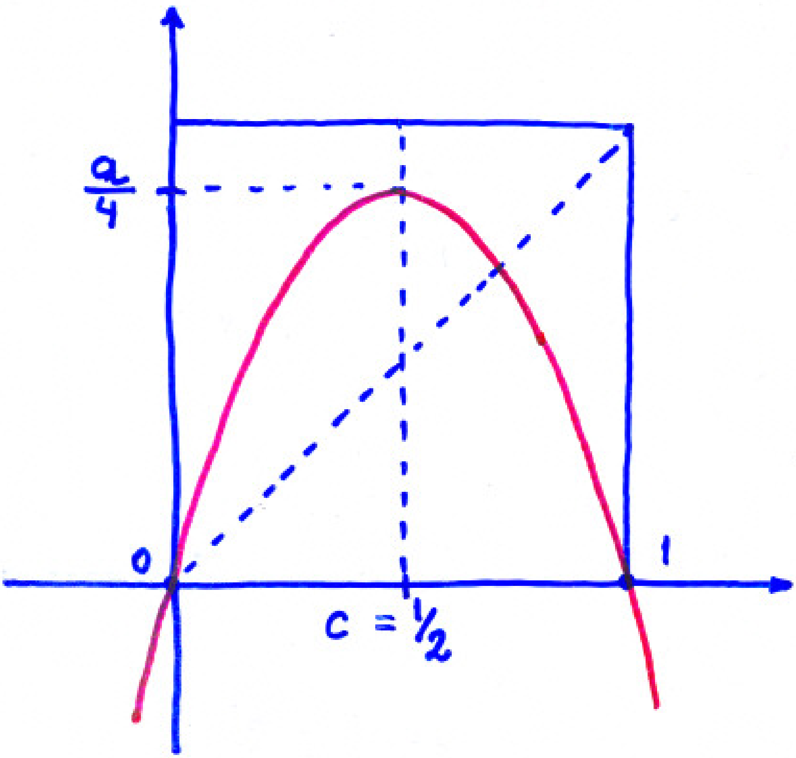
* FINITOS PONTOS CRÍTICOS

$$|f(x) - f(c_i)| \sim |x - c_i|^{\beta_i} \quad ; \quad \beta_i \geq 2$$

EXEMPLOS:

1) POLINÔMIOS REAIS

2) FAMÍLIA QUADRÁTICA



$$Q_a(x) = a\,x(1-x) \quad ; \quad a \in [2,4]$$

$$a \in \mathbb{R}$$

PROBLEMAS

1) CONJECTURA DE FATOU (30's):

* $\overline{\{\text{POLINÔMIOS REAIS HIP.}\}} = \{\text{POLINÔMIOS REAIS}\}$

HIPERBÓLICO $\iff$ ÓRBITAS PERIÓDICAS HIP.
+
$\omega(c_i) \subset$ ÓRBITAS PERIÓDICAS ATRATORAS

* $\overline{\{a \,;\, Q_a \text{ é Hip.}\}} = \mathbb{R}$

GRACZYK & ŚWIATEK ; LYUBICH (90's)

* $\overline{\{\text{UNIMODAIS Hip.}\}} = \{\text{Unimodais}\}$ KOZLOVSKI (97)

C^k, $k = 1, 2, \ldots, n, \omega$

* TRANSFORMAR PONTOS CRÍTICOS RECORRENTES EM PERIÓDICOS (CLOSING LEMA).

* CONJUGAÇÕES TOPOLÓGICAS SÃO QUASE-SIMÉTRICAS EM $\mathbb{R}$ E QUASE-CONFORME EM $\mathbb{C}$

* CLASSE DE CONJ. Q.-C. = PONTO OU ABERTO

2) PROPRIEDADES MÉTRICAS DE $\omega(c_i)$

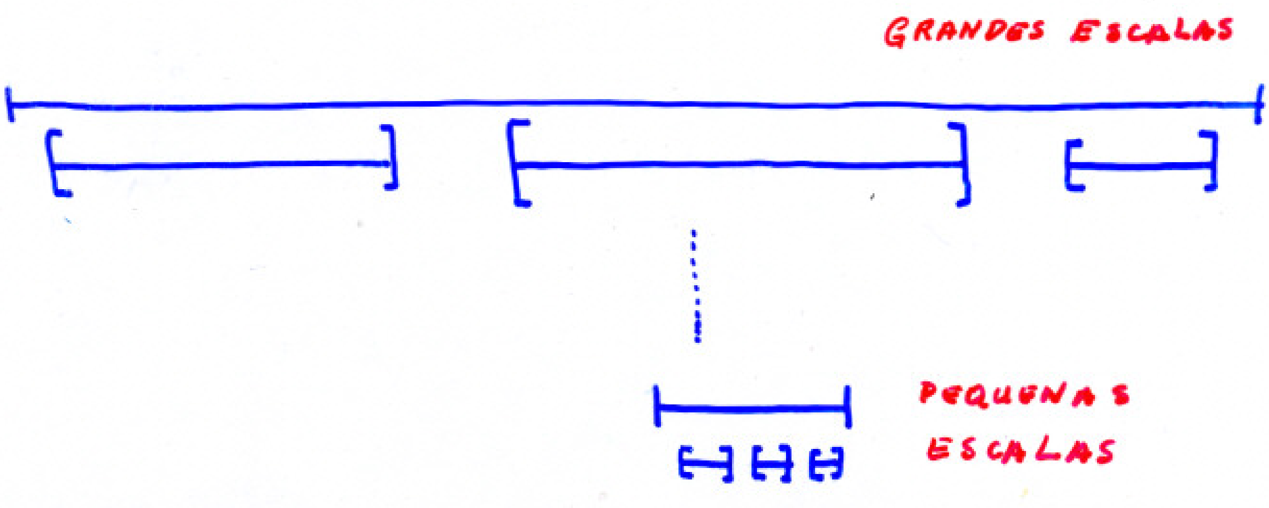
CASO $\omega(c_i)$ MINIMAL $\Leftrightarrow$ $\overline{ORB^+(x)} = \omega(c_i)$; $x \in \omega(c_i)$

$\omega(c_i)$ É UM CONJUNTO DE CANTOR

* $|\omega(c_i)| = ?$

* $HD(\omega(c_i)) = ?$

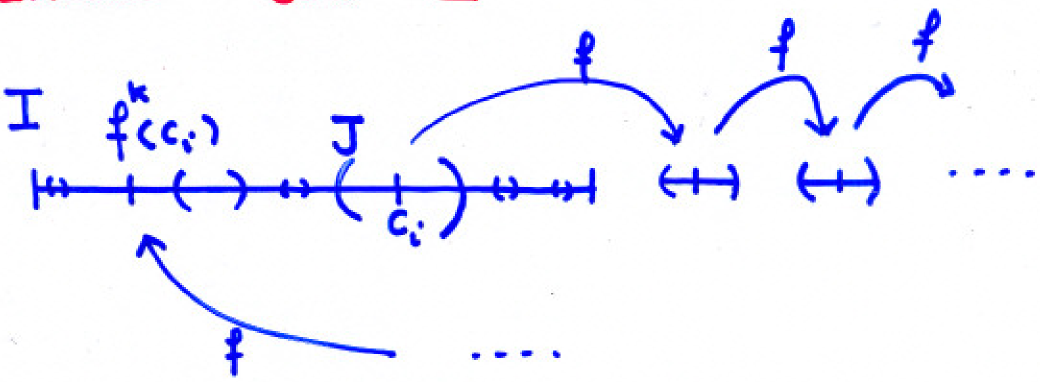
* AUTO-SIMILARIDADE ?

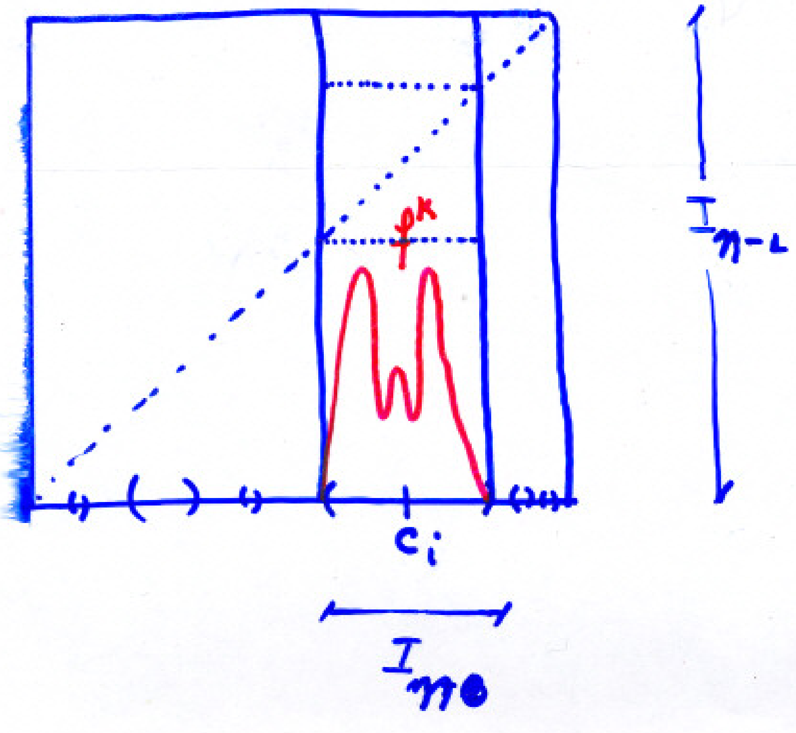


* UNIVERSALIDADE ?
  RIGIDEZ ? (DEPENDÊNCIA COM f)

3) LIMITES A PRIORI REAIS:

COMPONENTES CONEXAS J DO DOMÍNIO DO 1º RETORNO A UM INTERVALO I ESTÃO "CENTRALIZADAS" EM I





$\phi_n : I_n \longrightarrow I_{n-1}$

* $w(c_i)$ É MINIMAL $\Rightarrow$ $J \cap w(c_i) \neq \phi$ PARA FINITOS $J \subset I$

* UNIV. & RIGIDEZ $\longleftrightarrow$ DEP. DO PONTO FIXO COM f
* AUTO-SIMILARIDADE $\longleftrightarrow$ PONTO FIXO DA RENORMALIZAÇÃO E CONVERGÊNCIA

$\phi_m : I_m \longrightarrow I_{m-1}$ É NÃO_CENTRAL SE

$\phi_m(c_i) \notin I_m$

<u>TEOREMA A</u> (-----, VAN STRIEN)

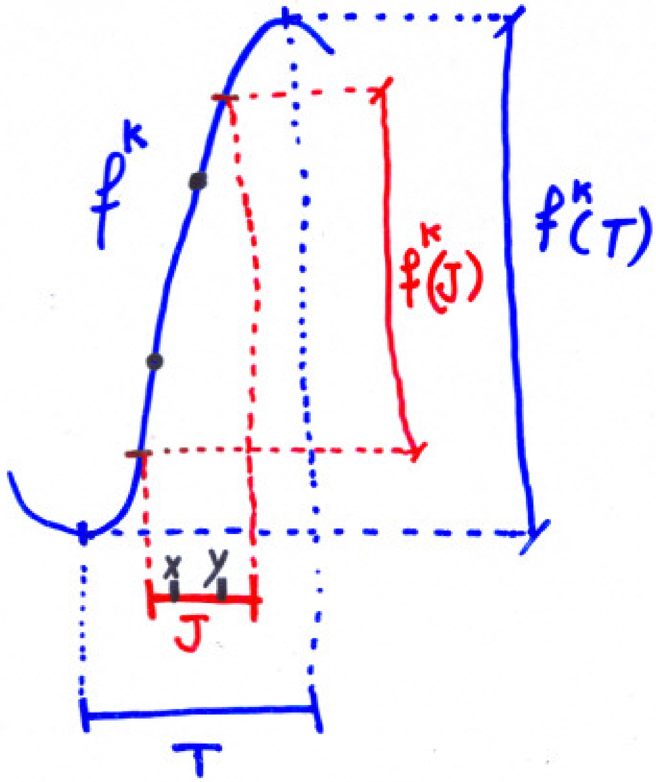
SE $\phi_j : I_j \longrightarrow I_{j-1}$ É NÃO_CENTRAL PARA

$j = p, m, n$ $(p < m < n)$

ENTÃO TODOS OS DOMÍNIOS $J \subset I_{m+1}$

ESTÃO CENTRALIZADOS.

4) Distorção e Ergodicidade



$f^k(J)$ CENTRALIZADO EM $f^k(T)$

Teorema B (——, Van Strien)

Se $\displaystyle\sum_{i=0}^{k-1} |f^i(J)| < S$ ou

$$\operatorname{dist}(f^i(J), P_{ar}) \geq \frac{1}{S} \quad \text{e} \quad f^i(J) \cap A = \emptyset$$

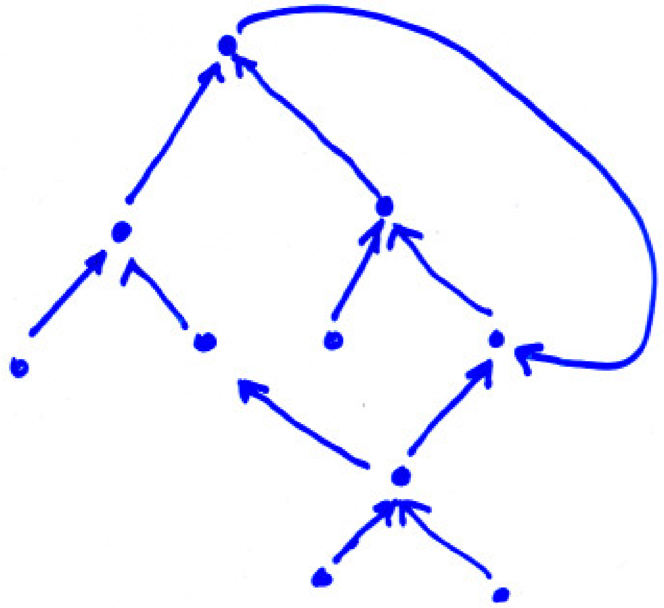
para $i = 0, \dots, k-1$

então

$$\frac{|Df^k(x)|}{|Df^k(y)|} \leq K; \quad x, y \in J.$$

SE $\omega(c_i) \ni c_j$ DIZEMOS $c_i \succ c_j$

$(C_n ; \succ)$



<u>TEOREMA C</u> (_____ , VAN STRIEN)

$\#$ {COMPONENTES ERGÓDICAS} $\leq$ $\#$ {COMPONENTES DE $(C_n, \succ)$}

EM PARTICULAR f É ERGÓDICA NO CASO $\omega(c_1) = \cdots\cdots = \omega(c_d)$

5) DERIVADA DE SCHWARZ (f C^3)

$$Sf(x) = \frac{f'''(x)}{f'(x)} - \frac{3}{2}\left(\frac{f''(x)}{f'(x)}\right)^2$$

TEOREMA D (——, VAN STRIEN)

EXISTEM VIZINHANÇAS $U_i \ni c_i$ TAIS QUE SE $f^k(x) \in U_i$ ENTÃO

$$Sf^{k+1}(x) < 0.$$

—— · ——