

MAT 317 - Topologia
Bacharelado em Matemática
Prova Substitutiva - 1 de julho de 2004

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

1	
2	
3	
4	
Total	

Questão 1 (2,5 pontos) Decida se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

- (1) Se toda componente conexa de um espaço topológico é um conjunto unitário, então esse espaço é discreto.
- (2) Toda sequência em um espaço discreto converge.
- (3) O quociente de qualquer espaço topológico conexo por uma relação de equivalência é conexo.
- (4) O quociente de qualquer espaço topológico compacto por uma relação de equivalência é compacto.

Questão 2 (2,5 pontos) Seja X o conjunto das funções reais e contínuas definidas no intervalo $[0, 1]$. Munindo-se X da topologia induzida pela norma $\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)| dx$ e \mathbb{R} da topologia usual, decida se a aplicação $F : X \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(f) = f(0)^2 - f(1)$ é contínua.

Questão 3 (2,5 pontos) Considere em \mathbb{R}^2 a relação de equivalência

$$(x, y) \sim (x', y') \iff ((x, y) = (x', y') \text{ ou } y \cdot y' > 0).$$

Denote por $[(x, y)]$ a classe de equivalência de $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Qual o fecho do conjunto unitário $\{[(0, 1)]\}$ no espaço quociente?

Questão 4 (2,5 pontos) Mostre que todo subconjunto fechado de um compacto é compacto.