

Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo

MAT 111 - Cálculo Diferencial e Integral I

Turma 45 - Segunda Prova - 23 de maio de 2003

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

Professor : Severino Toscano do Rêgo Melo

1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Questão 1 (2,5 pontos) (a) Esboce o gráfico de $f(x) = x^4 - x^3$, localizando os pontos críticos e de inflexão.

(b) Quantas raízes reais tem a equação $4^5x^4 - 4^5x^3 + 3^3 = 0$?

Questão 2 (1 ponto) (a) Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}}{x^3}.$$

Questão 3) (2,0 pontos) (a) Prove que

$$x - \frac{x^3}{3} < \operatorname{arctg} x < x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}, \text{ se } x > 0.$$

(b) Prove que

$$x - \frac{x^3}{3} > \operatorname{arctg} x > x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5}, \text{ se } x < 0.$$

Questão 4) (1,5 ponto) Para cada $a > 0$, considere $f_a(x) = (1 + ae^{-x})^{-1}$. Mostre que f_a possui um único ponto de inflexão e que seu valor nesse ponto é independente de a .

Questão 5) Deseja-se projetar uma caixa, com um dado volume, consistindo de um fundo quadrado e quatro faces laterais retangulares (ou seja, a caixa não terá tampa). Sabe-se que o custo de produção por unidade de área das faces laterais é o dobro do da face do fundo. Determine a razão entre a base e altura dos retângulos laterais que minimiza o custo.

Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo

MAT 111 - Cálculo Diferencial e Integral I

Turma 45 - Primeira Prova - 4 de abril de 2003

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

Professor : Severino Toscano do Rêgo Melo

1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Questão 1 (2,5 pontos) (a) Esboce o gráfico de $f(x) = x^4 + x^3$, localizando os pontos críticos e de inflexão.

(b) Quantas raízes reais tem a equação $4^5x^4 + 4^5x^3 + 3^3 = 0$?

Questão 2 (1 ponto) (a) Calcule

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - x + \frac{x^3}{3}}{x^5}.$$

Questão 3) (2,0 pontos) (a) Prove que

$$x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}, \text{ se } x > 0.$$

(b) Prove que

$$\ln(1+x) < x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}, \text{ se } -1 < x < 0.$$

Questão 4) (1,5 ponto) Para cada $a > 0$, considere $f_a(x) = (1 + ae^x)^{-1}$. Mostre que f_a possui um único ponto de inflexão e que seu valor nesse ponto é independente de a .

Questão 5) Deseja-se projetar uma caixa, com um dado volume, consistindo de um fundo quadrado e quatro faces laterais retangulares (ou seja, a caixa não terá tampa). Sabe-se que o custo de produção por unidade de área das faces laterais é o triplo do da face do fundo. Determine a razão entre a base e altura dos retângulos laterais que minimiza o custo.