

MAT-111 – IME-USP – 1º Sem. 2003

2ª Lista de Exercícios

- (1) Problema 5 da Seção “Continuidade” da Lista 1 do Cálculo 1 da Poli (disponível em www.ime.usp.br/~martha/mat2453/).
- (2) Dadas f e g funções deriváveis em um intervalo aberto I , e dado $a \in I$, defina

$$h(x) = \begin{cases} f(x), & \text{se } x \geq a \\ g(x), & \text{se } x < a \end{cases}.$$

- (a) Prove que h é derivável se e somente se $f(a) = g(a)$ e $f'(a) = g'(a)$. Dica: Use limites laterais.
- (b) Encontre constantes b e c tais que

$$f(x) = \begin{cases} bx + c, & \text{se } x \leq 1 \\ 1/x, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

seja derivável. Esboce o gráfico de f .

- (c) Resolva os itens “b”, “c” e “d” do Problema 3 da Seção “Derivadas” da Lista 1 da Poli.
- (d) Mostre que $f(x) = x|x|$ e $g(x) = |x|^3$ são deriváveis, e que $f'(x) = 2|x|$ e $g' = 3f$. Esboce os gráficos de f e de g .
- (3) Mostre que, se f for par e for derivável em $x = 0$, então $f'(0) = 0$. Dica: Use limites laterais.
- (4) Mostre que

$$f(x) = \begin{cases} (\sin x)/x, & \text{se } x \neq 0 \\ 1, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

é derivável em $x = 0$. Dica: Use que $\cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$ para todo $x \neq 0$ em $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.