

MAT 5714 (Funções Analíticas) - Pós-graduação em Matemática - IME - USP

Prova Substitutiva - 30 de novembro de 2015

Nome : _____

Número USP : _____

Assinatura : _____

Professor: Severino Toscano do Rego Melo

1	
2	
3	
4	
Total	

Questão 1. (2,5 pts) Defina $T(z) = \frac{i-z}{i+z}$, para $z \neq -i$.

(a) Mostre que $z + \bar{z} > 0$ se e somente se $[T(z) - \overline{T(z)}]/i > 0$.

(b) Mostre que $|z| < 1$ se e somente se $T(z) + \overline{T(z)} > 0$

Sejam $U = \{z \in \mathbb{C}; |z| < 1 \text{ e } \operatorname{Re} z > 0\}$ e $V = \{z \in \mathbb{C}; \operatorname{Re} z > 0 \text{ e } \operatorname{Im} z > 0\}$.

(c) Mostre que $T : U \rightarrow V$ é um isomorfismo analítico.

Questão 2. (2,5 pts) Calcule $\int_{|z|=1} z^n \operatorname{sen}(1/z) dz$, $n \in \mathbb{Z}$, especificando os resultados aplicados.

Questão 3. (2,5 pts) Para cada $\delta > 0$, seja L_δ o segmento $[\delta, i\delta]$.

Seja φ uma função analítica em $z = 0$ tal que $\varphi(0) = 1$. Calcule $\lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{L_\delta} \frac{\varphi(z)}{z^3 + z} dz$.

Questão 4. (2,5 pts) Seja f uma função inteira tal que $\lim_{|z| \rightarrow \infty} |f(z)| = \infty$. Mostre que f é um polinômio.