

MAT0450 - SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
IME-USP, 1º SEMESTRE DE 2018
2º TRABALHO EM GRUPO PRESENCIAL

É dado o segmento de reta \overline{AB} , de comprimento $2a$ e ponto médio M . Tome um ponto F na reta perpendicular a \overline{AB} passando por M , de modo que a distância b de F a M seja maior do que a . Seja Q um dos pontos de interseção da circunferência de centro M e raio a com a circunferência de raio $\frac{b}{2}$ que passa por F e M .

Considere a circunferência de centro F que passa por Q . Seja C um ponto dessa circunferência. Mostre que

$$\frac{AC^2 + BC^2}{\text{Área}(\triangle ABC)}$$

depende apenas de a e de b , mas não da escolha feita do ponto C na circunferência.

Sugestão: use geometria analítica.

Motivação histórica. Este problema é uma das passagens da demonstração publicada por Mohr em 1672 de que todo ponto construtível por régua e compasso é construtível também só por compasso. No começo do século 20, julgava-se que Mascheroni tinha dado a primeira demonstração desse teorema, divulgada em uma publicação de 1799. Tomou-se conhecimento da demonstração de Mohr quando um livreto escrito por ele em holandês foi redescoberto em um sebo, em 1929. Hoje em dia, esse teorema é conhecido como o Teorema de Mohr-Mascheroni.

MAT0450 - SEMINÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
IME-USP, 1º SEMESTRE DE 2018
2º TRABALHO EM GRUPO PRESENCIAL

É dado o segmento de reta \overline{AB} , de comprimento $2a$ e ponto médio M . Tome um ponto F na reta perpendicular a \overline{AB} passando por M , de modo que a distância b de F a M seja maior do que a . Seja Q um dos pontos de interseção da circunferência de centro M e raio a com a circunferência de raio $\frac{b}{2}$ que passa por F e M .

Considere a circunferência de centro F que passa por Q . Seja C um ponto dessa circunferência. Mostre que

$$\frac{AC^2 + BC^2}{\text{Área}(\triangle ABC)}$$

depende apenas de a e de b , mas não da escolha feita do ponto C na circunferência.

Sugestão: use geometria analítica.

Motivação histórica. Este problema é uma das passagens da demonstração publicada por Mohr em 1672 de que todo ponto construtível por régua e compasso é construtível também só por compasso. No começo do século 20, julgava-se que Mascheroni tinha dado a primeira demonstração desse teorema, divulgada em uma publicação de 1799. Tomou-se conhecimento da demonstração de Mohr quando um livreto escrito por ele em holandês foi redescoberto em um sebo, em 1929. Hoje em dia, esse teorema é conhecido como o Teorema de Mohr-Mascheroni.