Mal ditas frases encontradas em livros didáticos de Matemática para a Escola Básica[1]

Cydara Cavedon Ripoll[2]
Instituto de Matemática UFRGS
cydara@mat.ufrgs.br

Resumo:

Esta palestra é motivada pela necessidade de se fazer um alerta aos atuais estudantes de matemática e, principalmente, aos professores de Escola Básica sobre a realidade que estamos hoje enfrentando no país, no que diz respeito a

- frases encontradas em livros didáticos ou utilizadas pelos professores em sala de aula que, seja por sua má redação, seja pelos erros matemáticos que envolve, seja pelo inadequado encaminhamento matemático que dão ao assunto, são precursoras de vícios (relacionados a conteúdos de matemática) evidenciados em alunos calouros de cursos de ciências exatas (entre eles, principalmente e mais gravemente, de matemática);
- conteúdos errados divulgados amplamente e descontroladamente na Internet, inclusive em sítios do MEC.

1 Palestra proferida (com sucessivas atualizações) em
Semana Acadêmica da UFPel(2008)
Semana Acadêmica da UFRGS – outubro de (2009)
V Bienal da SBM, UFPB - outubro de 2010
IV Semana da Licenciatura em Matemática - outubro de 2011

2 Professora da UFRGS, atuante nas disciplinas de formação matemática do curso de Licenciatura em Matemática e do Mestrado em Ensino de Matemática.

Introdução:

Quero aqui nesta palestra alertar os ouvintes (principalmente alunos de Licenciatura em Matemática e professores de matemática da Escola Básica) para o uso crítico de duas coisas que hoje em dia facilmente temos à mão: os livros didáticos de matemática e os materiais disponibilizados na Internet nos mais variados sítios. Durante esta palestra, ficará clara a justificativa do título da mesma: “mal ditas” – separado!, que, ao longo da palestra, se transformará em “malditas” – junto!

Motivação:

A motivação para esta palestra é que, quando terminei meu curso de Licenciatura, eu tinha plena consciência sobre o meu total despreparo para a análise de um livro didático, aspecto que muito me preocupava. Com um pós-graduação totalmente voltado para a matemática pura, esta preocupação ficou “de molho”, voltando à tona com a minha atuação no Mestrado em Ensino criado na UFRGS em 2005, quando então, nas disciplinas que lá passei a lecionar, sempre tentei incluir esta atividade; e acho que consegui melhorar neste aspecto e hoje tenho o propósito de aqui discuti-lo, pois vejo que muitos cursos de Licenciatura, apesar da grande melhora que apresentam (em relação ao meu curso de Licenciatura) ao envolverem em seus currículos disciplinas de Laboratório de Matemática, ainda muito deixam a desejar quanto a esta atividade tão importante no dia-a-dia de um professor: anualmente professores das escolas públicas têm que decidir o livro didático que será adotado em suas e escolas no ano seguinte, para que o MEC possa providenciar o envio dos exemplares em tempo hábil.

Qual a realidade atual dos livros didáticos brasileiros?

Falarei aqui apenas sobre livros que passaram pela análise do MEC, através do PNLD (Plano Nacional do Livro Didático): existe, da parte do MEC, um esforço em selecionar os livros didáticos mais adequados, constituindo regularmente comissões que analisam os livros que lhe são encaminhados, via Edital, e receberam então um “carimbo” do MEC. Apesar deste esforço e dos esforços dos membros destas comissões, muitas frases mal ditas ainda podem ser encontradas nestes livros, como ficará claro com esta palestra.

É, na minha opinião, de suma importância expor algumas destas frases aqui, uma vez que, conforme o Guia de Livros Didáticos – PNLD 2008 (p.7):

> "O livro [didático] precisa assumir a função de **texto de referência** tanto para o aluno, quanto para o docente". Infelizmente, a realidade é que, para a grande maioria dos professores de Escola Básica, o livro didático assume, de fato, a função de ***único* referencial**, tanto no que diz respeito à matemática que o professor vai usar em suas aulas quanto ao conhecimento de matemática que o professor traz consigo sobre os assuntos tratados na Escola Básica. Portanto, são inadmissíveis contradições, confusões e erros conceituais em tais textos, especialmente por terem sido aprovados pelo MEC, o que, em teoria, deveria garantir a qualidade e correção dos mesmos.

Para corroborar o que afirmo acima, cito uma passagem nos PCN (1998):

> Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória". (BRASIL, 1998 p.21-22).

Este quadro, por si só já crítico, serve de motivação para uma tomada de atitude emergencial na tentativa de reverter o quadro mostrado no Exame Pisa, que confere ao Brasil a penúltima colocação no ranking em desempenho de matemática de um aluno de 15 anos.

Princípio universal do Professor de Matemática

Antes de proceder à listagem de algumas frases mal ditas, comento uma que todos os presentes certamente concordarão tratar-se de um princípio universal:

> Todo professor de Matemática deve dominar o conteúdo que pretende ensinar a seus alunos."

No entanto, existem entendimentos diferentes sobre o mesmo: o que os chamados "matemáticos da academia" entendem por tal frase pode diferir muito do entendimento de muitos educadores. Para os chamados "matemáticos da academia", não existe uma "matemática da academia": para eles a matemática é uma só, é uma ciência que faz uso sim de exemplos motivadores, de intuição, de mais exemplos de teste, mas que nunca pára por aí, simplesmente porque Matemática não é uma ciência empírica, como é a Física, por exemplo. A Matemática é uma ciência que faz uso do **método dedutivo**, e portanto, na grande maioria dos casos, nada podemos concluir a partir de apenas alguns exemplos ou testes. Eis aí o primeiro grande vício com que nos chegam os alunos na Universidade: pensar-se que para comprovar a veracidade de uma afirmação que envolve um número infinito de casos, basta comprová-la em alguns exemplos. Resumindo o vício:

Se vale para um e vale para dois então vale sempre!

Como "testar alguns casos" ou mesmo "testar muitos casos" nunca deixará de ser "testar um número finito de casos", obviamente estaremos, no caso de uma afirmação que diz respeito a um número infinito de casos, deixando de testar todos os casos, e portanto estaremos sempre correndo o risco de não termos escolhido para teste precisamente talvez o único contraexemplo para tal afirmação, cuja existência já é suficiente para torná-la uma afirmação falsa. Estaríamos, neste caso, tirando uma conclusão errada sobre uma tal afirmação.

Minha experiência com os calouros de Matemática:

- ao serem perguntados

"Soma de pares é par?",

ouço seguidamente como tentativa de resposta completa: "*Sim, pois por exemplo, 2 é par, 4 é par e 2+4=6, que é também par.*" Esta é apenas uma abordagem incompleta para uma afirmativa verdadeira, faltando raciocinar e argumentar genericamente: para dois números (inteiros) pares quaisquer, que sabemos podem ser representados por $2k$ e $2s$ (com k e s inteiros), temos

$$2k+2s=2(k+s),$$

e como $k+s$ é um inteiro, concluímos que $2(k+s)$ é um interio par.

- já para a questão

"V ou F? Justifique. Se $a|n^2$ então $a|n$"

se continuarem respondendo apenas "*Sim, pois por exemplo 2|16 e 2|4, 5|100 e 5|10*" sem se preocuparem em raciocinar genericamente estarão incorrendo em **erro**, pois esta afirmativa é falsa, como bem nos mostra o contraexemplo

16|16, mas não é verdade que 16|4 !!!!!

Este “pecado matemático” se torna um vício que é frequentemente constatado nos calouros, e revela-se para muitos deles bem difícíl de ser corrigido. Infelizmente, em muitos cursos de matemática, os alunos não são alertados para isso, e já tive a oportunidade de constatar tal vício também entre professores já formados.

Há muitos anos atrás, ao constatar tais vícios dando aulas a calouros, eu culpava os professores da Escola Básica que não estariam, a meu ver, bem preparados, permitindo que os vícios se instalassem na cabeça de seus alunos. Minha opinião mudou com minha atuação no Mestrado em Ensino de Matemática da UFRGS, quando comecei a tomar maior contato com livros didáticos da Escola Básica, e então percebi que muitos destes vícios estão sugeridos e registrados em vários deles e – o que é pior! – em livros que são *aprovados pelo MEC!!!!!* Portanto igualmente ou mais grave é encontrarmos tais mal ditas frases registradas em livros didáticos, em uma quantidade tal que, se estivéssemos falando de uma ciência empírica, como a Física, tais afirmações ficariam legitimadas pelo princípio *Vox populi vox dei.*

Hoje costumo ter a seguinte prática com os calouros: logo nas primeiras aulas de Fundamentos, depois de comentar sobre a prática do “Vale para um, vale para dois então vale sempre!” e mencionar a eles a existência de outras mal ditas frases em livros didáticos, proponho-lhes um desafio: encontrar mal ditas frases nos livros de matemática para a Escola Básica, e propositalmente sugiro-lhes começarem por aqueles que eles têm em casa (propositalmente porque os livros que eles têm em casa provavelmente são os livros nos quais eles estudaram na Escola!) Inicialmente eles ficam visivelmente espantados e incomodados, mas muito motivados para esta tarefa: ficam curiosos em saber se serão capazes de retornar a estes livros e agora apontar pelo menos algumas de suas “mal ditas frases”. E na primeira vez que propus esta atividade quem ficou espantada com o retorno fui eu, tamanha foi a quantidade de situações em que a prática do “Vale para um, vale para dois então vale sempre!” é utilizada!!!

Uma classificação para as mal ditas frases

Existem nos livros didáticos frases “mal ditas”,

ou por envolverem erros de matemática
ou por serem ambíguas
ou por mera conseqüência da falta de vivência ou familiaridade do autor com o método matemático.
ou por mal encaminhamento do conteúdo
ou por misturarem vários dos itens apontados acima.

Apresento aqui alguns exemplos coletados em livros de Ensino Fundamental (incluindo séries iniciais, e sem abordar questões sobre o uso de calculadora), a maioria deles dizendo respeito a números reais. Sempre que possível, aponto um vício constatado que pode ter aí a sua origem. A partir de agora, frases entre aspas referem-se sempre a citações literais retiradas de algum livro didático aprovado no PNLD. Infelizmente, o fato de me concentrar aqui em Ensino Fundamental não significa que a situação dos livros de Ensino Médio seja diferente.

Mal ditas frases decorrentes da falta de prática com o método matemático por parte de muitos autores de livros didáticos

- A recorrente prática já apontada acima: o método dedutivo, base do pensamento matemático, não permite legitimar a validade de uma afirmação apenas verificando alguns casos. É preciso verificar a veracidade para *todos os possíveis casos, mesmo que* infinitos. Faz parte deste "pecado" a utilização do "olhômetro" como instrumento irreprovadamente confiável, bem como o *método da tentativa e erro* como início e fim da comprovação de um resultado matemático.

- Autores que não se preocupam em **provar** que não existe racional cujo quadrado é 2, têm a tendência de afirmar:

> "$\sqrt{2}$ *não tem representação decimal periódica,* ***e por isso*** *é um número irracional*". (grifo meu)

Mas... como se prova que $\sqrt{2}$ não tem representação decimal periódica? A falta de preocupação com a comprovação de validade da afirmação ocasionou a redação de uma frase errada: não é

$\sqrt{2}$ *não tem representação decimal periódica*
$\Rightarrow$ $\sqrt{2}$ *é um número irracional"*

mas sim

$\sqrt{2}$ *é um número irracional*
$\Rightarrow$ $\sqrt{2}$ *não tem representação decimal periódica*

- Com relação ao mesmo assunto, encontramos em outro livro:

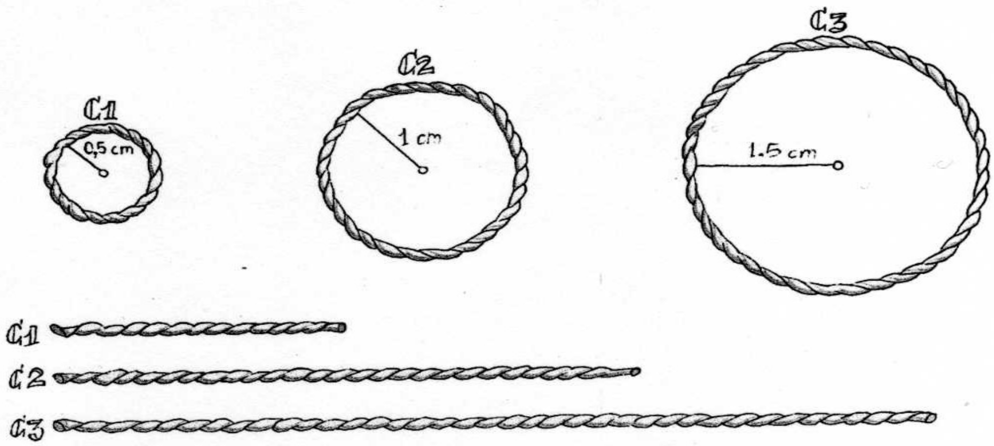
"*Com o auxílio de conhecimentos matemáticos* ***superiores aos que estudamos até agora****, pode-se mostrar que o processo de melhoria das aproximações de* $\sqrt{2}$ *não termina nunca.*"

Logo a seguir, no entanto, este autor explora a fatoração em primos para decidir se um número inteiro é ou não um quadrado perfeito... Isto evidencia a falta de preocupação do autor em analisar a prova da irracionalidade de $\sqrt{2}$, que pode fazer uso exclusivamente da fatoração em primos, mais precisamente, da contagem do número de fatores primos envolvidos nas fatorações dos números envolvidos em uma certa igualdade.

- O número π é muitas vezes introduzido de uma forma altamente imprecisa, pois não se informa claramente que – agora sim! - matemáticos provaram que é constante o quociente entre o perímetro do círculo e o comprimento do seu diâmetro, e tal argumentação envolve conhecimentos não

■ Número pi

Observe três circunferências. Cada uma delas tem um comprimento.



Calculando a razão entre o comprimento e a medida do diâmetro de cada circunferência numa mesma unidade de medida de comprimento, temos:

C_1: $\frac{3,1}{1} = 3,1$ $\qquad$ C_2: $\frac{6,27}{2} = 3,135$ $\qquad$ C_3: $\frac{9,43}{3} = 3,14333\ldots$

Se calcularmos essa razão para qualquer circunferência, encontraremos sempre um número aproximadamente igual a 3,14.

Esse número, obtido pela divisão da medida do comprimento da circunferência pela medida do seu diâmetro, é chamado **pi**.

O símbolo de pi é: π

$$\pi = 3,14159265\ldots$$

Como π tem infinitas casas decimais e não há um período que se repete, ele é um número irracional.

$$\frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{medida do diâmetro}} = \pi$$

Figura 1

Tive a notícia de que este livro não foi mais selecionado no PNLD de 2010.

No entanto, outro, que o foi (veja Figura 2), além de não informar que é constante o quociente do comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro, ainda informa:

> "π *é o quociente* ***aproximado*** *entre duas medidas relacionadas e uma circunferência*" (grifo meu)

medida de um diâmetro, encontramos os seguintes quocientes:

3,125 **3,15** **3,142**

Comparando esses quocientes, percebemos que, embora não sejam iguais, são muito próximos. O número ao qual os matemáticos deram o nome de π tem um valor próximo a esses quocientes.

π é o **quociente** obtido na divisão do **perímetro** ou **comprimento** de uma circunferência pela medida de um **diâmetro**. É um número decimal com infinitas casas decimais em sua representação decimal e não é uma dízima periódica.

π também é um número não racional.

$$\pi = \frac{\text{comprimento de uma circunferência}}{\text{medida de um diâmetro dessa circunferência}}$$

Procure fazer com que os alunos explorem a relação que existe entre um diâmetro de uma circunferência e seu perímetro. Proporcione atividades lúdicas e de interesse deles. Incentive, também, pesquisas sobre a circunferência e o círculo. Isso poderá motivá-los a estudar um assunto tão complexo como os números reais. Para mais esclarecimentos, leia texto no **Manual do Professor**.

Podemos usar letras para representar as medidas:

c – comprimento de uma circunferência;

d – medida de um diâmetro dessa circunferência.

$$\pi = \frac{c}{d}$$

- O número π é o quociente aproximado entre duas medidas relacionadas a uma circunferência. Que medidas são essas? A medida do comprimento de uma circunferência e a medida de um de seus diâmetros.
- Apresente dois valores aproximados para π. 3,1415 e 3,14. (Existem outras respostas.)

18 UNIDADE 1

Figura 2

➢ Outro autor começa se preocupando em procurar um número x tal que $x^2=2$. Daí, faz estimativas, tais como

$$(1,4)^2=1,96 \quad \text{e} \quad (1,5)^2=2,25,$$

chegando à escrita *x=1,414...* e a seguir informa:

"*Adiante veremos que x é a raiz quadrada de dois (...)* ",

como se o problema original não fosse precisamente este, por definição de raiz quadrada...

Além disso, parece que este autor está sugerindo que a lista 1,414... sozinha (isto é, sem levarmos em conta sua procedência) determina com precisão um só número, uma só quantidade... Aliás, este aspecto diz respeito ao **vício** de se imaginar que a escrita 3,25... diz respeito a um só número real, quando, na verdade, a escrita *y*= 3,25... deve ser interpretada como

y é um número real maior ou igual a *3,25* e menor ou igual a *3,26,*

sendo que nada sabemos dizer sobre os demais algarismos da sua parte decimal, podendo inclusive ocorrer de serem todos iguais a zero!!! Se assim não fosse (isto é, se y fosse um número bem determinado), saberíamos dizer quem é o próximo dígito de sua expansão decimal!...

- Outro **vício** relacionado com este:

$$y = 3,2385769... \Rightarrow y \text{ é irracional}$$

Exemplo contundente: experimentem calcular os dez primeiros dígitos da expansão decimal de

$$\frac{1}{17}$$

Provavelmente vocês vão se contentar com os 8 dígitos que nos mostra o visor de uma calculadora:

$$\frac{1}{17} = 0,0588235...$$

Isto no entanto está longe da conclusão de que todo número da forma 0,0588235... é irracional!

- Também relacionado com uma falta de discussão matemática:
  o que significa *fatorar completamente*?

Numa quinta série significa decompor um número em seus fatores primos, mas em um livro de oitava série pede-se para "fatorar completamente" a expressão

$$10x^2-7x-12,$$

e lá é apresentada como resposta única *(5x+4)(2x-3).* Meus comentários:

- para um aluno cujo universo numérico já é no mínimo o conjunto dos números racionais, como é que não se aceita/não se estimula fatorações envolvendo racionais? Por exemplo,

$$10x^2-7x-12 = 2\left(5x^2-\frac{7}{2}x-6\right)$$

- levando em conta que na oitava série ensina-se também a fórmula Baskhara, muito mais relevante seria a fatoração

$$10x^2-7x-12 = 10\left(x-\frac{4}{5}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)$$

que explicita as raízes da equação

$$10x^2-7x-12=0$$

Então, repito a pergunta: o que significa *fatorar completamente*? A expressão *fatorar completamente* diz respeito ao estudo de uma estrutura algébrica chamada *domínios fatoriais*, que não é objeto de estudo da Escola Básica e deve ser ali evitada quando fora do universo de números inteiros.

Mal ditas frases de conteúdo errado

- Incoerência dos autores com si próprios: em um livro aprovado no PNLD 2010, encontramos, no início do capítulo sobre números reais:

> *“Apesar de ser muito antiga a convivência do ser humano com os números não racionais, somente a partir do século XIX estes números receberam um tratamento rigoroso. Eles compõem, juntamente com os números irracionais, os números reais”*

Meu comentário: *não racional* não é sinônimo de *irracional*; com uma tal frase, estão incluídos neste novo conjunto numérico os números complexos imaginários puros, bem como os quatérnios, os números p-ádicos. No entanto, adiante, este autor comenta:

> “*todo número real elevado ao quadrado é um número positivo. (...) A raiz quadrada de um número negativo não é um número real.* ***Isso quer dizer*** *que existem números além dos que já estudamos até aqui.”* (grifo meu)

Meu comentário: como, se com a frase acima não tinha sobrado nenhum número que não fosse considerado real????

- Outra tentativa de definição de número irracional:

> *"Número irracional é todo número cuja expansão decimal é desconhecida"*

Portanto, pela definição acima, 0,01001000100001... (onde se aumenta cada grupo de zeros com mais um zero) não é um número irracional !!!

- Relacionado ao assunto *dízimas periódicas*, no que diz respeito à recuperação da *fração geratriz*, um autor escreve:

> “*Todas as dízimas periódicas possuem fração geratriz.*"

Este autor é um dos tantos que apresentam a *receita* para recuperar a fração geratriz de uma dízima periódica simples com parte inteira zero:

$$\frac{periodo}{\text{tantos 9´s } quantos\ são\ os\ a\lg arismos\ que\ formam\ o\ periodo},$$

e chega à incoerência de pedir, nos exercícios, que o aluno calcule a fração geratriz de *4,999...* apresentando como resposta no Livro do Professor

$$\frac{5}{1} \quad !!$$

Uma tal resposta nos leva a concluir que, aplicando o método das divisões sucessivas aos inteiros 5 e 1, vamos chegar à expansão decimal *4,999... !!!!*

- Relacionada à propriedade de *densidade* do conjunto dos números racionais, encontramos a frase

> "*Como entre dois racionais sempre há um outro número racional,* ***não é possivel*** *escrever todos os elementos do conjunto Q dos números racionais."* (grifo meu)

Mostra-se aí uma confusão entre os conceitos de *densidade* e de *enumerabilidade*! Q é sim denso e também é sim enumerável.

É usual, entre as pessoas que pensam pela primeira vez na propriedade de enumerabilidade, apegar-se, ao tentar listar/enumerar os elementos de um conjunto numérico, à ordem natural que existe neste conjunto. E é aí neste estágio (inicial) que se encontra o autor do livro acima mencionado, achando que é impossível enumerar os elementos positivos do conjunto Q. É impossível enumerá-los em ordem crescente, mas não é impossível enumerá-los, não!!!!

- Sobre a expressão *fração equivalente,* encontramos o seguinte exercício:

"Encontre a ***fração equivalente*** *a* $\sqrt{2}$ *."*

Também encontramos a frase

> *"Lembre-se que uma fração não se altera quando mul-multiplicamos numerador e denominador pelo mesmo número diferente de zero."*

E o exemplo que este autor dá é

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1\,.\,\sqrt{3}}{\sqrt{3}\,.\,\sqrt{3}} = \ldots$$

O que pode só parecer um erro de nomenclatura é causador, na minha opinião, do **vício** de se acreditar que π é racional, pois esta generalização excessiva da nomenclatura dá margem ao seguinte raciocínio: *a partir dos fatos:*

1. o conjunto dos números racionais é o conjunto das frações
2. fração é qualquer quociente
3. π é o quociente entre o comprimento da circunferência e o diâmetro do círculo

podemos deduzir que π é racional !!!

Mal ditas frases ambíguas/imprecisas

- Um vício registrado em livro didático do PNLD 2010 diz respeito à confusão entre *número* e *representação do número*:

> ”*O número* π *não é conhecido com exatidão, pois sua representação decimal tem infinitas casas decimais e não é uma dízima periódica*”.

ou

> “*É muito interessante notar que números irracionais,* ***que não têm uma representação decimal precisa, como*** $\sqrt{2}$ *=1,414213..., têm, no eixo real, uma imagem rigorosamente definida por um segmento de reta*". (grifo meu)

Meu comentário: notem que sabemos dizer sim quem é o próximo dígito nesta expansão!...
Relacionados a esta frase, temos os seguintes **vícios** comuns envolvendo o conceito de número irracional:

> "*Número irracional é todo número cuja expansão decimal é desconhecida.*"

> “*Qual é o valor de* $\sqrt{1936}$?” ,

como se a expressão $\sqrt{1936}$ já não desse origem a um número (quantidade) muito bem determinada...

- Muitos autores descuidam do uso do símbolo "$\approx$“, dando igual tratamento tantos aos valores exatos quanto aos valores aproximados. Exemplo clássico:

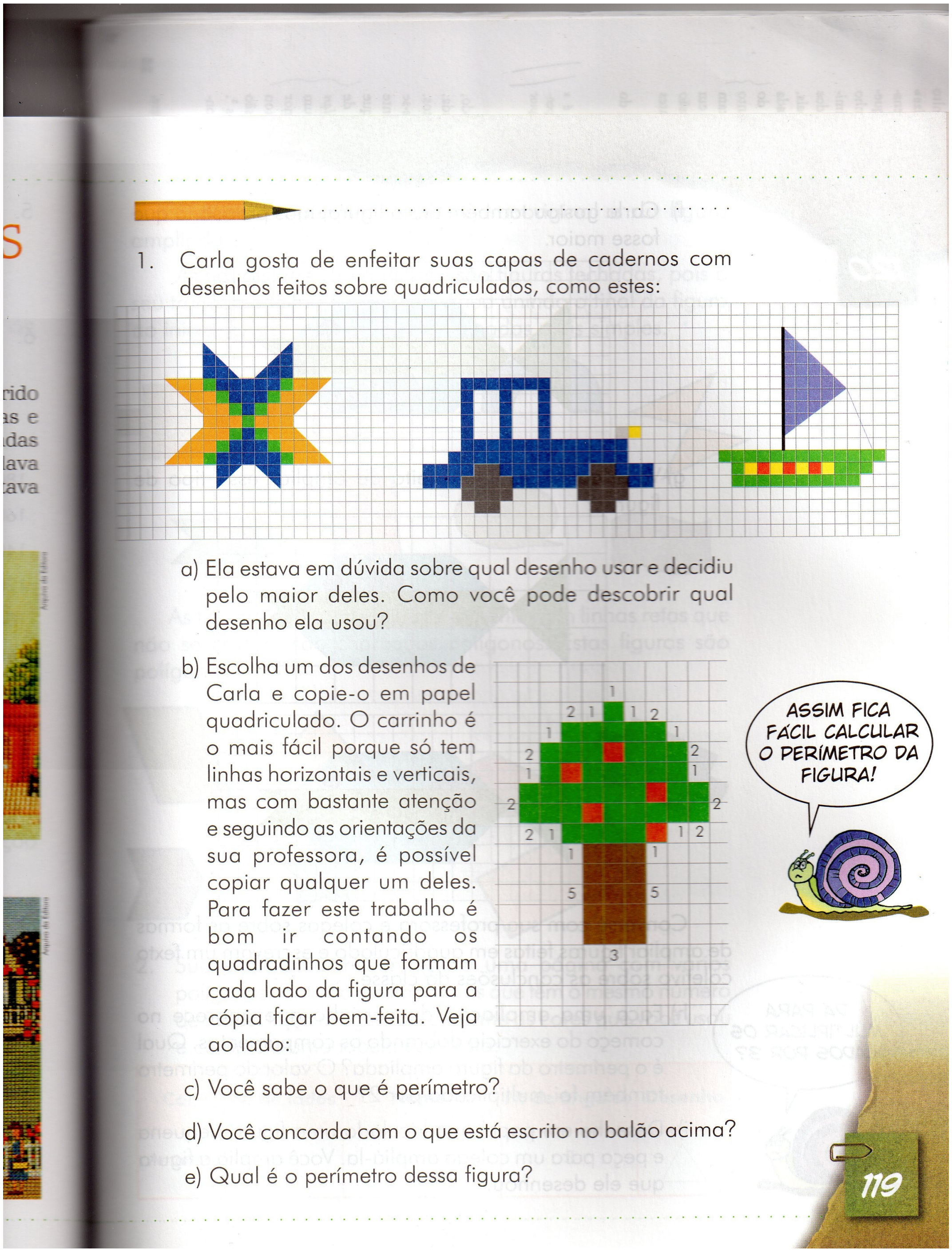
$$\pi = 3{,}14$$

- Um exemplo de geometria, e tirado de um livro das séries iniciais – mais precisamente 4ª.série: lá encontramos, como situação motivadora (veja Figura 3):

> “*Carla gosta de enfeitar seu caderno com desenhos feitos sobre quadriculados, e entre várias opções resolve escolher o maior.*”

Daí a pergunta:

"*Como você pode descobrir o desenho que ela usou?*"



1. Carla gosta de enfeitar suas capas de cadernos com desenhos feitos sobre quadriculados, como estes:

a) Ela estava em dúvida sobre qual desenho usar e decidiu pelo maior deles. Como você pode descobrir qual desenho ela usou?

b) Escolha um dos desenhos de Carla e copie-o em papel quadriculado. O carrinho é o mais fácil porque só tem linhas horizontais e verticais, mas com bastante atenção e seguindo as orientações da sua professora, é possível copiar qualquer um deles. Para fazer este trabalho é bom ir contando os quadradinhos que formam cada lado da figura para a cópia ficar bem-feita. Veja ao lado:

c) Você sabe o que é perímetro?

d) Você concorda com o que está escrito no balão acima?

e) Qual é o perímetro dessa figura?

119

Sobre o quê pensamos imediatamente ao analisarmos tal situação? Que os quadradinhos sobre os quais estão apoiados os desenhos vão ajudar como unidade de área e que será aí iniciada uma discussão sobre área. Para minha surpresa, quando segui lendo o livro, encontro a frase:

"*Você sabe o que é perímetro?*" !!!!

Notem que, no mínimo, cabe como resposta à pergunta acima: *Depende! Você está se referindo ao maior contorno ou ao maior espaço ocupado pela figura?*

- Depois de fazer uma bela introdução sobre a existência de alguns números naturais que são "mais importantes" que outros, o autor afirma:

> "*Os números primos não podem ser escritos como produtos de outros números . Portanto, um número primo não é múltiplo de outros números, além de 1 e dele mesmo.*"

Consequência do parágrafo acima: o vício: 1 é primo!
Comparemos com outro autor:

> "*Número primo é qualquer número natural que tem apenas dois divisores diferentes: 1 e ele próprio*".

Mal ditas frases por mal encaminhamento do conteúdo

➢ Lá no sexto ano trata-se de forma mais sistemática o conjunto dos números naturais e estuda-se a potenciação como uma forma resumida de escrever um produto de fatores iguais. Logo após alguns exemplos, é introduzida a definição de potência de expoente igual a zero, sem que tenha surgido a menor motivação/necessidade para isso. Note que neste nível (universo numérico naturais), a potenciação é apenas uma forma resumida um produto de fatores iguais, ou seja, onde existem pelo menos DOIS fatores, e nunca ZERO fatores... A definição para expoente igual a zero neste momento está atropelando completamente o bom encaminhamento do assunto...

➢ Exemplo de uma má condução histórica: é comum encontrarmos nos livros ou artigos de ensino a informação

"Os números racionais surgiram pela necessidade de medir."

E só!!!! Esta frase serviu durante algum tempo na Antigüidade, mas já lá se tornou obsoleta: com ela parece que todas as medidas podem ser expressas só com racionais, o que não é verdade. Ainda na Antigüidade foi gerada uma crise (que hoje chamamos de Crise dos Incomensuráveis) ao se descobrir que a diagonal do quadrado é incomensurável com o lado do mesmo. Isto significa que se o lado do mesmo tiver medida racional então a medida de sua diagonal não pode ser expressa por um número racional. É comum encontrarmos em livros didáticos a seguinte figura que dá origem a uma infinidade de irracionais (veja Figura 4)

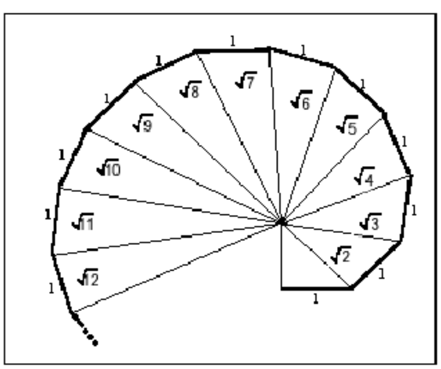


Figura 4

acrescentando-se a isso um capítulo inteiro que trata de *operações com radicais.* Não é de admirar existir o vício de se acreditar que:

- todo número irracional admite uma representação radical

e talvez também que

- todo número irracional é construtível com régua e compasso

- Um dos campeões de mal encaminhamento no Ensino Fundamental - as expressões algébricas: é impressionante a constante preocupação dos autores com a nomenclatura para *x* ("*x é denomindada variável*") e a recorrente falta de preocupação em explicar (e enfatizar!) o que a letra representa. Além disso, ousam afirmar que

x+2x=3x,

ou seja, passam a operar com *x* sem definir qualquer operação.

Ou então definem as operações com expressões algébricas polinomiais a partir de receitas/regras sem justificativas amparadas nas propriedades das operações com números:

> "*Só podemos somar/subtrair monômios semelhantes, e isto é feito somando-se/subtraindo-se os coeficientes e mantendo-se a parte literal.*"

Um autor chega a mencionar que estas regras/receitas podem ser utilizadas sem a necessidade de se preocupar com o que as letras estão representando. A seguir, aplicam expressões algébricas para somar áreas, por exemplo, e nada se discute sobre a coerência entre as receitas e o que se está fazendo geometricamente...

Muitos dos encaminhamentos de expressões algébricas estão misturados com a teoria de polinômios, assunto que está além do nível cognitivo de um aluno de sétima série. Por exemplo, efetuar a divisão de expressões algébricas polinomiais pelo algoritmo da divisão euclidiana, sem maiores explicações, como se isso fosse apenas imitar a divisão de inteiros, quando, na verdade, está imitando é a divisão de polinômios. Chegam até a utilizar a expressão "polinômio", coisa que não é mencionada nos PCN para este nível:

> "O polinômio $2x^4 - x^3 - 2x + 1$ é divisível por $x^3 - 1$? Por quê?"

Conclusão I:

Agora posso reiterar a **justificativa para o título** desta palestra: as *mal ditas* frases acabam sim virando *malditas* frases, pois os alunos, ao chegarem na Universidade, têm muita dificuldade em se livrar das ideias erradas por elas transmitidas, mesmo sendo-lhes chamada a devida atenção para os vícios adquiridos na Escola Básica.

Fica então o alerta aos futuros e aos atuais professores: apesar da boa intenção do MEC e das Comissões do Plano Nacional do Livro Didático, os livros devem ser utilizados e analisados com espírito crítico.

O que o MEC poderia fazer para contribuir ainda mais neste sentido?

Na minha opinião, nos livros didáticos existe o carimbo **PNLD <ano>** que significa *aprovado pelo MEC*, mas não existe uma exigência para a existência de uma **errata online** mantida por cada autor e sob sua responsabilidade**.** Um alerta sobre a sua existência (bem como da existência de um Guia do Professor) poderia ser colocado logo abaixo do aviso PNLD 2010, por exemplo.

Fora dos livros didáticos:

Não é só nos livros didáticos que encontramos “pecados matemáticos”:

E no site do MEC já existiram publicados “objetos educacionais”, de qualidade nem sempre condizente com a condição de site de um Ministério de Educação. A SBM já teve que se manifestar com relação a alguns produtos lá disponibilizados e que muito deixavam a desejar, pois quando um professor ou um aluno, lá no interior do interior do Brasil acessa o site do MEC via o computador que o Lula lhe deu e vê lá registrados alguns produtos educacionais, é óbvio que ele vai sentir confiança quanto à qualidade do mesmo, pois tem o “selo de qualidade Ministério da Educação”!!!...

- fora do site do MEC **:**

- na incontrolada Internet, onde qualquer um publica qualquer coisa, encontramos divulgado o texto “*Práticas Didáticas no Ensino de Números Racionais*”: lá, durante uma discussão sobre a dificuldade dos alunos com frações encontramos, en passent, “...*o conceito de fração (tomar a unidade, dividi-la em partes iguais e tomar algumas **destas** partes),...”* (grifo meu)

Meu comentário: coitadas das frações impróprias!!!

- Um produto chamado *Algebra – Trig wizard* pretende ser uma máquina de calcular que calcula entre outras coisas, o mdc entre dois inteiros. Daí, se testamos sua eficiência com os negativos:
  - ao teclarmos mdc(345,-345) ele nos devolve como resultado 345, ok!
  - mas ao teclarmos mdc(-345,-345) ele nos devolve como resultado ZERO !!!!!

Encerramento:

Espero que, com tudo isto, tenha ficado claro o recado que eu queria passar com este meu relato: é este o sentido que os chamados "matemáticos da academia" querem passar ao dizer que, antes de mais nada, um professor de Matemática tem que dominar a matemática que quer ensinar. Pior ainda se quiser deixar registrada em um livro uma proposta sua de ensino. Por exemplo, se aquele autor que se confundiu com "enumerabilidade" e "densidade" tivesse feito uma disciplina de Análise Real em sua graduação, é bem provável que ele jamais escrevesse aquela frase. Não estou com isto querendo dizer que sou defensora da inclusão no currículo de Licenciatura de um curso de Análise Real para Bacharéis, mas não sou favorável à exclusão do currículo de Licenciatura de um curso de Análise Real.