

Critérios Específicos de Matemática

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Para ser compatível com os objetivos do ensino de Matemática no Ensino Médio, um livro didático deve abranger um amplo espectro de conteúdos nos campos da aritmética, da geometria, da álgebra, das grandezas e medidas, da estatística, das probabilidades e da combinatória.

Em contraste com muitas das abordagens atuais, o tratamento desses conteúdos deve buscar o equilíbrio na atenção aos diversos conteúdos. Deve, igualmente, afastar-se da compartimentalização e procurar ampliar as ocasiões de articulação entre os diferentes temas, evitando o inconveniente de se limitar à apresentação de conteúdos de maneira concentrada em uma parte da coleção e desconectada de outros conteúdos. Por exemplo, é freqüente que sejam abordadas as funções apenas no primeiro volume da coleção e os de geometria analítica no último volume, com pouquíssimas conexões com os demais conteúdos.

É também importante que, no livro didático, atenda-se a requisitos de diversidade. Um mesmo conceito matemático pode ser abordado em mais de um dos campos temáticos acima referidos e, mesmo dentro de cada um deles, pode ser tratado de diferentes pontos de vista.

A seguir, são apresentados alguns desses aspectos metodológicos — seleção, distribuição, articulação dos conteúdos — com objetivo de exemplificá-los ou de apontar desvios mais comuns, sem nenhuma pretensão de delinear uma proposta curricular para o ensino médio, tema deixado para um outro âmbito de discussão.

O estudo das funções numéricas como modelos matemáticos para o estudo da validação de uma grandeza associada à variação de outra grandeza assume um papel unificador importante. A abordagem das seqüências numéricas — não apenas as progressões aritmética e geométrica — pode ser feita com base nas funções definidas no conjunto dos números naturais, por exemplo.

Além disso, a representação no plano cartesiano permite ligar as propriedades de uma função com as de seu gráfico e a geometria analítica pode aparecer, então, como um campo de confluência de vários conceitos — função, equação, figura geométrica, etc. — que deveriam ser desenvolvidos e integrados no decorrer de todo o ensino médio. Por fim, o tratamento de temas como crescimento, decrescimento, taxa de variação de uma função, inclinação do gráfico, entre outros, devem permear o estudo das diferentes funções estudadas. Esse seria um caminho apropriado quando se deseja trabalhar o conceito de derivada nesse nível. Tal conceito, quando abordado, usualmente é precedido de um extenso capítulo de limites que se revela como inadequado e dispensável.

A função linear e sua estreita relação com o conceito de proporcionalidade entre grandezas é uma primeira dessas funções relevantes, que se amplia para o estudo da

função linear afim e correlatas, e suas inúmeras aplicações. A conexão com as progressões aritméticas, tema bastante enfatizado no ensino médio, é possível e desejável.

A função quadrática é um tema propício para a ligação com o conhecimento adquirido sobre a equação do 2º grau, que deve ser retomada, com atenção à importante técnica de completar quadrados. A função quadrática articula-se bem com o estudo geométrico da parábola, além de ter papel relevante como modelo, por exemplo, para o movimento uniformemente acelerado.

A função exponencial, um dos temas centrais em todo o conhecimento científico, por ser um modelo para inúmeros fenômenos naturais, tem, também, um papel central na Matemática, merecendo um lugar de destaque nos conteúdos a serem selecionados num livro didático para o ensino médio. Em particular, a função exponencial articula-se muito bem com as progressões geométricas e com os problemas de matemática financeira. O conceito de logaritmo de um número, abordado como um meio de facilitar cálculos numéricos, perdeu completamente sua importância com o advento da calculadora. Contudo, a função logaritmo retém sua importância como inversa da exponencial e deve continuar a ser estudada, com suas propriedades básicas, nessa etapa do ensino. Não faz sentido, todavia, despendar atenção com o estudo pormenorizado de equações logarítmicas, muitas delas artificiais.

A abordagem da trigonometria deve afastar-se do extenso, detalhado e excessivo repertório de fórmulas e de equações trigonométricas que prevalece em muitas propostas para o ensino médio.

Em contrapartida, devem se enfatizar as funções trigonométricas básicas como um modelo matemático para os fenômenos periódicos. Entre esses fenômenos, as projeções sobre dois diâmetros ortogonais da posição de um móvel em movimento circular desempenham o papel de modelo básico, que está diretamente associado às funções trigonométricas fundamentais. Esse é um momento adequado para valorizar a utilização da Matemática no estudo do movimento harmônico simples, que se liga a praticamente todos os movimentos ondulatórios da Natureza, particularmente na acústica e no eletromagnetismo.

Os conteúdos relativos a conjuntos devem ser reduzidos ao mínimo necessário nessa etapa do ensino, com uma apresentação intuitiva, não-formalizada, dos conceitos básicos, com economia no uso da simbologia específica do assunto e com emprego em aplicações nas quais esses conteúdos ajudem, de fato, na compreensão de outros conceitos e procedimentos matemáticos. Em contrapartida, o excesso desnecessário de tratamento desse assunto revela-se no esforço que se faz para utilizar a linguagem e a notação de conjuntos em situações em que aparecem de modo artificial e desnecessário. Um exemplo em que é bastante desaconselhável, tanto do ponto de vista matemático como didático, o uso da linguagem da teoria dos conjuntos é a definição de função com base em conceito

de produto cartesiano de dois conjuntos. Por fim, lembre-se que o tratamento de conjunto, nesse nível de ensino, tem conduzido, com freqüência, a equívocos conceituais, por exemplo, à confusão entre pertinência e inclusão, entre conjunto e cardinalidade de conjunto e entre conjunto infinito e conjunto finito.

Com relação, ainda, ao excesso de linguagem formal, cabe lembrar o emprego desnecessário da noção de sentença matemática, aberta ou fechada.

A geometria, no ensino médio, pode representar outro campo privilegiado de articulações entre conceitos e procedimentos matemáticos relevantes, como se pode observar no próximo parágrafo.

Possivelmente por sua história, a geometria tem sido vista, em muitas das atuais propostas de ensino, como o único campo em que são pertinentes as demonstrações do método lógico-dedutivo. Esse não é um ponto de vista correto, pois o método dedutivo é fundamental nos demais campos da Matemática. A geometria tem a particularidade de ser um campo em que é possível se exercitar, de forma plena, as inter-relações entre o método lógico-dedutivo e o raciocínio intuitivo, baseado nos desenhos, ou nos exemplos materiais dos objetos abstratos da geometria.

A abordagem dos sistemas de equações lineares tem um papel importante não só para a formação matemática como na modelização algébrica de muitas situações das ciências e da tecnologia. A resolução desses sistemas pelo método de escalonamento da matriz do sistema deve ter a primazia, em detrimento do emprego dos determinantes e da Regra de Cramer. O estudo de tal regra no ensino médio não se justifica nem do ponto de vista da Matemática, nem é o procedimento a que se recorre nas aplicações com o uso do computador. A técnica de escalonamento de matrizes pode ser abordada por meio das operações elementares com suas linhas, sem a necessidade de serem utilizadas as operações da álgebra de matrizes.

Os processos de aproximação na resolução de equações assumem maior importância nas aplicações do que as fórmulas, e podem ser tratados de forma acessível ao aluno do ensino médio. Mais amplamente o tema da aproximação pode ser estudado em conexão com o cálculo numérico aproximado. Em especial, podem ser tratadas as soluções de equações algébricas de graus mais elevados ou mesmo de equações não-algébricas e, por fim, a determinação da área ou do volume aproximado de figuras geométricas, entre outros casos.

Passa-se, agora, tratar outros aspectos relacionados a dois eixos norteadores das práticas pedagógicas, conforme as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio — a interdisciplinaridade e a contextualização — no que diz respeito à Matemática, os quais devem ser contemplados nos livros didáticos.

Quatro importantes modelos matemáticos, como a função linear, a função quadrática, as funções trigonométricas e a função exponencial foram anteriormente salientados

como fundamentais ao estudo de fenômenos da Natureza e, como tais, favorecedores da interdisciplinaridade que se almeja no ensino médio.

Outro campo fértil para que se realize essa prática de interdisciplinaridade é o da abordagem de situações-problema que envolvam grandezas e medidas, não só as geométricas, mas também as grandezas físicas, sempre presentes nas práticas sociais, tecnológicas e científicas.

Quanto ao eixo da contextualização, cabe comentar, primeiramente, que o termo com muitos significados tem provocado acirrado debate entre educadores. Nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, a contextualização é vista como um dos instrumentos para a concretização da idéia de interdisciplinaridade e para favorecer a atribuição de significados pelo aluno, no processo de ensino-aprendizagem. Lê-se, ainda, no documento: "A contextualização evoca por isto áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural, e mobiliza competências cognitivas já adquiridas".

É recomendável, portanto, que um livro didático procure atender esse requisito de articulação com as práticas e necessidades sociais. Mas estas últimas não se devem restringir apenas às situações do dia-a-dia do cidadão, o que tem sido um freqüente desvio da idéia de contextualização. A articulação da Matemática ensinada no ensino médio com temas atuais da ciência e da tecnologia é possível e necessária para que se guarde o desejável equilíbrio ante a tripla missão dessa fase do ensino, mencionada anteriormente.

É necessário, também, observar que as articulações com as práticas sociais não são as únicas maneiras de favorecer a atribuição de significados a conceitos e procedimentos matemáticos, pois isso igualmente é possível, em muitos casos, com o estabelecimento de suas conexões com outros conceitos e procedimentos matemáticos importantes.

Cabe, ainda, lembrar que são totalmente ineficazes contextualizações artificiais, em que a situação evocada nada tem de essencialmente ligada ao conceito ou ao procedimento visado, como também são deseducativas as contextualizações pretensamente baseadas na realidade, mas com aspectos totalmente fantasiosos.

A História oferece um outro âmbito de contextualização importante do conhecimento matemático. Um livro didático deve fazer referências aos processos históricos de produção do conhecimento matemático e utilizar esses processos como instrumento para auxiliar a aprendizagem da Matemática. Há vários temas em que a articulação com a história da Matemática pode ser feita com essa perspectiva, tais como a crise dos irracionais no desenvolvimento da ciência grega, que tem conexão com obstáculos até hoje presentes na aprendizagem desse conceito; os cálculos astronômicos realizados em diversas fases históricas e suas relações com a geometria; a discussão das Leis de Kepler e suas conexões com a geometria da elipse, com a noção de proporcionalidade e com a tecnologia de satélites; a evolução do emprego do logaritmo com o advento das novas tecnologias de computação; o Princípio de Cavalieri e as questões de cálculo de volume.

Se a interdisciplinaridade e a contextualização precisam, de fato, integrar-se às práticas pedagógicas no ensino médio e, particularmente, nas da Matemática, não se pode deixar de enfatizar alguns aspectos caracterizadores desse campo do conhecimento, que precisam, também, ser contemplados nesse nível de ensino, devendo, portanto, estar presentes no livro didático, respeitando-se alguns princípios.

Invocam-se, especialmente, a ampliação e o aprofundamento da explicitação da estruturação lógica da Matemática, para o aluno, nesse período da escolarização, não com a apresentação sistemática e excessiva de demonstrações rigorosas, mas organização do assunto, de maneira a respeitar sua lógica interna, suas grandes linhas de desenvolvimento e a interdependência entre suas diversas partes. O livro-texto deve valorizar os vários recursos do pensamento matemático, como a imaginação, a intuição, o raciocínio indutivo e o raciocínio lógico-dedutivo, a distinção entre validação matemática e validação empírica e favorecer a construção progressiva do método dedutivo em Matemática.

A respeito do método dedutivo, convém advertir para desvios freqüentes a serem afastados. O primeiro deles é o de formular uma generalização como fato provado, com base na verificação de exemplos — muitas vezes um ou dois apenas. Outros são apresentar provas muito complicadas de alguns teoremas, que podem ser deixadas para estudos posteriores, ou expor demonstrações difíceis para fatos intuitivamente evidentes.

Muitas vezes, tais demonstrações podem ser dispensadas sem prejuízo da compreensão. Por fim, cabe evitar raciocínios circulares, às vezes presentes, em que proposições equivalentes que se querem provar são utilizadas em uma demonstração.

É indispensável que os conteúdos ensinados sejam compatíveis com a Matemática, enquanto conhecimento acumulado e organizado, evitando-se, dessa forma, erros conceituais. Também são prejudiciais as formulações que induzam o aluno a tirar conclusões erradas com base no que é afirmado no livro-texto. É, igualmente, necessário empregar corretamente o raciocínio dedutivo, não sendo admissíveis afirmações contraditórias ou inconsistências lógicas.

Cabem, ainda, algumas considerações em relação ao uso da linguagem nos livros didáticos de Matemática.

Podem ser utilizadas diferentes linguagens para representar os conteúdos símbolos: matemáticos, língua natural, desenhos, gráficos, ícones, etc. Esse tratamento diversificado é apontado, atualmente, como um fator muito importante para a compreensão dos conceitos e dos procedimentos matemáticos. Convém, também, evitar o equívoco, às vezes observado em textos didáticos, de exagerar na nomenclatura ou em notações e classificações, muitas delas supérfluas.

A linguagem utilizada no livro didático deve ser adequada ao aluno a que se destina quanto ao vocabulário utilizado e à clareza da apresentação dos conteúdos e da formulação das instruções. Além disso, tem sido defendida a idéia de que haja, nesse livro, o emprego de

várias modalidades de texto — como exposições de conteúdos, descrições de algoritmos ou de procedimentos, citações de outros textos, diálogos, esquemas e diagramas, demonstrações, seqüências de cálculos numéricos ou de operações com símbolos lógicos, entre outros.

Considera-se, também, relevante para a formação dos conceitos que o livro-texto estimule a discussão dos significados usuais e matemáticos de um mesmo termo.

Além dessas escolhas de conteúdos, metodologia e linguagem, outras opções, relativas à formação de conceitos pelo aluno impõem-se à consideração e serão apresentadas a seguir.

Um aspecto a se destacar é que o livro didático deve contribuir para que o aluno compreenda os conceitos e os procedimentos matemáticos e não apenas tente memorizá-los sem os entender. Para isso, é indispensável que o texto auxilie o aluno na atribuição de significados aos conteúdos estudados e estimule o seu envolvimento ativo na construção do conhecimento visado.

Conduzir uma adequada sistematização dos conteúdos no texto torna-se importante para que o aluno vá, progressivamente, organizando os conteúdos estudados. A esse respeito, uma desarticulação indesejável de um livro didático manifesta-se muitas vezes quando um assunto novo é introduzido e não é feita nenhuma ligação dele com conhecimentos possivelmente já adquiridos pelo aluno, dentro ou fora da escola, ou mesmo tratados anteriormente no próprio texto.

Um outro equilíbrio a ser visado num livro didático é relativo à atenção dedicada aos conceitos e aos algoritmos. Não faz justiça à Matemática, nem favorece uma atividade educativa, uma proposta que contenha, apenas, regras, algoritmos, fórmulas e aplicações em exercícios.

Igualmente, a escolha ou a abordagem de temas que sejam incompatíveis, pela sua complexidade técnica ou científica, com o nível de escolaridade a que se destinam, não contribui para que o aluno atribua significado ao que se ensina.

Para formar um aluno com as competências cognitivas complexas, como é hoje desejável, o livro didático deve propor situações que o levem a explorar, estabelecer relações e generalizar, conjecturar, argumentar, provar, tomar decisões e criticar, utilizar a imaginação e a criatividade, expressar e registrar idéias e procedimentos.

Uma das estratégias usuais de desenvolvimento da compreensão do aluno é a resolução de problemas. Esse procedimento é amparado na concepção de que, para o aluno atribuir significado aos conceitos e procedimentos matemáticos, é fundamental sua ação diante de uma situação-problema, ação esta que lhe permita construir, reconstruir, organizar tais conceitos e procedimentos. Tal estratégia contrapõe-se e vai além do

modelo usual definição — exemplo: exercício de aplicação, que se tem revelado ineficaz para a aprendizagem da Matemática.

Outra estratégia é a de propor atividades em que o aluno deva registrar, por escrito, ou relatar oralmente suas estratégias de resolução. No ensino da Matemática, há forte tradição de serem produzidos, nesses casos, textos que contêm quase exclusivamente linguagem puramente numérica ou simbólica, com escassez absoluta da linguagem natural. O livro didático deve procurar estimular o aluno a superar essa limitação e fazer da produção de um texto matemático uma ocasião de aprofundamento de sua capacidade de expressão e de comunicação em sua língua materna.

Uma das competências matemáticas mais importantes, atualmente, é a de realizar cálculos mentais. O emprego de estimativas numéricas ou de medidas de grandezas é outra competência visada para a formação matemática do educando. Um livro didático destinado ao ensino médio deve propor atividades que favoreçam a aquisição dessas competências.

Tem sido indicado, como um dos instrumentos para uma formação mais interativa do aluno, que o livro didático proponha questões instigantes, desafiadoras ou questões abertas, estas últimas opondo-se às questões em que o enunciado dê margem apenas a uma interpretação ou só haja uma maneira de resolver o problema. O livro didático deve, igualmente, propor questões em que haja mais de uma solução correta, ou não exista nenhuma solução que atenda ao que se pede no enunciado.

Outro aspecto que precisa ser estimulado num livro didático é a interação entre alunos, em particular, o trabalho em grupo. Tais atitudes se justificam em duas dimensões, pelo menos, uma dimensão cognitiva, pelo fato de que ao expor suas idéias para o colega, ao confrontar diferentes estratégias de resolução de um problema, ao formular um problema para o colega, o aluno pode, também, compreender melhor o conteúdo matemático em jogo, outra dimensão é a da formação para a cidadania, pelo exercício da disciplina da atividade em grupo e do respeito aos diferentes pontos de vista que emergem nesse trabalho.

Deve-se reconhecer que um livro didático é um dos instrumentos mobilizados no processo de ensino-aprendizagem, talvez o mais importante no momento, mas não o único. Dessa forma, ele deve estabelecer pontes para o emprego de outros recursos didáticos que possam contribuir para a aprendizagem do aluno. Por exemplo, propor atividades que requeiram o uso de materiais concretos, de instrumentos de medição ou de construção de figuras, de jogos matemáticos, entre outros.

A esse respeito, um lugar inegavelmente especial deve ser ocupado pelo uso da calculadora, essa ferramenta tecnológica amplamente difundida em todas as camadas sociais e que não pode ser ignorada na escola. Há inúmeros exemplos em que a calculadora pode ser um instrumento útil na aprendizagem de conceitos matemáticos, dois desses apontados a seguir. Um primeiro ocorre quando não se visa à aquisição de habilidade de efetuar cálculos numéricos, mas à busca de regularidades ou padrões numéricos, ou à descoberta de propriedades de funções. Nesses casos, a calculadora pode libertar o aluno da realização

de cálculos longos e tediosos que desviam sua energia e atenção do objetivo principal da atividade. Um segundo exemplo envolve atividades em que o aluno é chamado a compreender as propriedades do sistema numérico empregado na calculadora — que é finito — e o cálculo numérico aproximado efetuado por esse instrumento.

Um outro elemento tecnológico de importância inegável é o computador. Num livro didático podem ser propostas atividades que empreguem o computador como meio auxiliar na aprendizagem de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como atividades que auxiliem a formação do aluno para o mundo do trabalho. Algumas dessas atividades podem ser apontadas: explorar a articulação entre a representação gráfica e algébrica de funções; utilizar a planilha eletrônica para auxiliar a compreensão de vários conteúdos matemáticos, como fórmulas, gráficos, entre outros; fazer uso dos programas de geometria dinâmica nas construções geométricas e na formulação de conjecturas de propriedades pela observação de padrões geométricos. Há de se ter o cuidado de não impedir que o aluno que não disponha desse instrumento tenha dificuldade em seguir a proposta pedagógica do livro didático.

Ainda a respeito do uso de recursos além do livro didático, é recomendável que haja sugestões de leituras complementares para o aluno.