

MAT 220 - Cálculo 4 - IAG
2ª Prova - 19 de outubro de 2017

Cada questão vale 2,5 pontos.

Questão 1) (a) Mostre que 0 , 1 , $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ e $e^{\frac{4\pi}{3}i}$ satisfazem a equação $z^2 = \bar{z}$.

(b) Mostre que a equação $z^2 = \bar{z}$ não possui outras soluções além das quatro dadas no item *a*.

Questão 2) Determine se são, ou não, analíticas as funções

(a) $f(x + iy) = (x^3 - 3xy^2) + i(3x^2y - y^3)$, $x + iy \in \mathbb{C}$, $x, y \in \mathbb{R}$.

(b) $f(x + iy) = -(x^3 - 3xy^2) + i(3x^2y - y^3)$, $x + iy \in \mathbb{C}$, $x, y \in \mathbb{R}$

Questão 3) Seja $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ uma função analítica.

(a) Mostre que, se $f(z) \in \mathbb{R}$ para todo $z \in \mathbb{C}$, então f é constante.

(b) Mostre que a função $g(z) = \overline{f(\bar{z})}$, $z \in \mathbb{C}$, é analítica.

Questão 4) Seja $r > 0$ e seja C o caminho $z(t) = re^{it}$, $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

Calcule a integral de contorno $\int_C \operatorname{Ln} z \, dz$, onde se denota por Ln o ramo principal do logaritmo.