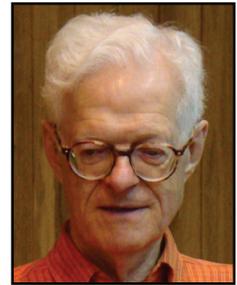


PAULO RIBENBOIM: SEIS DÉCADAS DE MATEMÁTICA



Entrevista concedida a

Alberto de Azevedo (UnB)

Eduardo Colli (IME/USP)

Severino Toscano Melo (IME/USP)

Não há como falar na história da matemática brasileira sem citar o nome de Paulo Ribenboim, pernambucano formado no Rio de Janeiro e radicado no Canadá. Para quem duvidar, basta acessar o índice MathSciNet, mantido pela American Mathematical Society, para ver as 273 entradas associadas a seu nome (a última ainda deste ano), com 689 citações de 524 autores. Reconhecido internacionalmente por sua excelência como pesquisador, *emeritus professor* da Queen's University do Canadá, Ribenboim também ganhou fama como grande divulgador, publicando vários livros, entre os quais os célebres “13 Lectures on Fermat's Last Theorem” ([17]) e “The book of prime number records” ([20]). Esse último teve várias edições e traduções com nomes diferentes ([21, 22, 25, 29, 34]), e foi impresso pelo IMPA na Coleção Matemática Universitária, com o nome de “Números primos: mistérios e recordes” ([36]). Ribenboim também publicou quatro artigos de divulgação na *Matemática Universitária* sobre esses temas ([23, 24, 30, 31]). De fato, publicou artigos de divulgação e pesquisa em várias revistas brasileiras, extintas ou não.

Nos últimos anos, Ribenboim também se dedicou bastante a compilar as obras completas de vários autores próximos ou de seu interesse, entre eles Pierre Samuel ([38]), Wolfgang Krull ([10]), Giacomo Albanese ([1]) e, é claro, ele mesmo ([37]).

Com 80 anos completados em 2008, e a visão bastante prejudicada, Ribenboim segue trabalhando firme. Aproveitamos sua passagem pelo IMPA, onde está ministrando um curso sobre teoria dos números, para con-

versar sobre sua vida e sua carreira, sem perder a oportunidade de lembrar os velhos tempos das matemáticas brasileira e francesa, entre as décadas de 40 e 50.

Matemática Universitária — *Nesta nova visita ao IMPA você está ministrando um curso de teoria dos números e nos disse que está escrevendo alguma coisa. Podemos esperar um novo livro para breve?*

Paulo Ribenboim — Podem esperar, porque sou prisioneiro desse livro, temos que terminá-lo. Eu e minha coautora Sibylla Priess-Crampe, professora também aposentada da Universidade de Munique, queremos terminar o livro o mais cedo possível, pois estamos há tantos anos fazendo isso...

MU — *E sobre o que é o livro?*

PR — Chama-se “Espaços ultramétricos. Teoria e aplicações”.

MU — *É uma monografia de pesquisa ou é um livro de divulgação?*

PR — Essencialmente de pesquisa. É uma teoria nova, baseada em artigos que fizemos durante vários anos em conjunto, mas é uma nova apresentação de tudo de uma maneira mais coerente. É pesquisa.

MU — *E tem algum livro de divulgação em vista?*

PR — Sempre tenho, mas prefiro não falar do que não está avançando, porque isso me obrigaria a terminar. Como todo mundo, tenho coisas nas gavetas. Mas eu não falo disso ainda.

MU — *Certa vez, num evento em sua homenagem, você mencionou a ignorância como um combustível de seus textos. Disse que queria ser ignorante num nível mais alto. Um bom texto necessariamente nasce da humildade?*

PR — Não, não era esse o sentido. A ignorância em ge-

ral é um apanágio dos jovens. Por isso quando você é ignorante pensa que é jovem, e pode abordar os problemas talvez com ideias novas, que não foram já pisadas por tanta gente e que não têm tanto futuro. Ignorante era nesse sentido.

MU — *Paul Halmos certa vez disse, antes da prova do Último Teorema de Fermat (UFT) por Andrew Wiles, que você sabia tudo o que valia a pena saber sobre esse teorema, exceto a prova ([9]). Provar o teorema era um sonho ou tudo era apenas curiosidade?*

PR — Era vergonha! Eu me considerava um pouco interessado em teoria dos números e nunca tinha estudado esse teorema. Então comecei dando um cursinho, depois fui me aprofundando, porque achava que aquilo era tão interessante! Levou muitos anos e o momento chegou que a gente tem que deixar cair o livro, porque senão nunca acaba. Mas quando eu terminei (e não havia tentado, nem jamais tentei provar o teorema) já sabia que tudo o que estava no meu livro não ia servir. Eu tinha uma razão muito boa para isso. Porque o UFT, se você quiser fazer para expoentes primos... Eu estava vendo que para o expoente 3 não era tão fácil mas não era tão difícil. Mas era muito mais difícil para 5, ainda mais para 7, e ainda mais para 11, e não podia continuar com esse aumento de dificuldade, se você quisesse fazer para cada expoente. Tinha que ser algum método que não envolvesse os primos, tinha que ser alguma coisa completamente diferente. E foi assim que foi feito.

MU — *O Francisco Thaine, aluno de doutorado do IMPA orientado por Tenkasi Viswanathan, que por sua vez foi seu aluno, publicou um artigo ([40]), oriundo da tese, relacionado ao UFT, que foi citado por ocasião da prova do Andrew Wiles...*

PR — Quando eu tive que julgar a tese do Francisco, que eu nem conhecia, porque me mandaram, eu pensei 'isso é muito bom, é diferente dos outros, o que ele está fazendo é excelente'. Eu vi logo que ele tinha muito valor. É claro que a tese foi aprovada e eu entrei em contato com o Francisco. Convidei-o para ir a Queen's, onde ele esteve, e depois ele foi para Illinois. Eu estive muito com ele e naturalmente ficamos amigos. É claro

que ele estava muito longe da coisa, mas eram ideias originais. Por isso a tese dele foi olhada pelas pessoas.

MU — *E houve alguma contribuição sua para a prova do Wiles?*

PR — Zero.

MU — *E a Conjectura de Catalan¹, assunto de outro livro de divulgação que você escreveu ([26]), o interesse foi semelhante?*

PR — Semelhante: aprender as coisas! Essa conjectura era muito falada em Paris pelo [Michael] Waldschmidt. Eu escutava as aulas dele, tomei um certo interesse e fui olhando, é uma questão de erudição matemática. Naturalmente, como havia resultados espalhados, uma certa quantidade de artigos, eu queria organizar isso muito bem, e foi isso. Mas aquele livro tem ainda coisas relacionadas com a Conjectura de Catalan mas que são diferentes, que valem por si mesmas. Por isso não é um livro que está morto. Enquanto no caso do livro "13 Lectures of Fermat's Last Theorem", o que está lá dentro pode servir para outras coisas, mas não serviu realmente para Fermat.

MU — *Tem uma afirmação de H. Halberstam, numa resenha para o livro "13 Lectures on Fermat's Last Theorem" ([7]), relatando que Gauss considerava o UFT um problema isolado, de pouco interesse, e que poderia facilmente propor diversas outras tais proposições. Olhando em retrospecto, pode-se dizer que o UFT foi importantíssimo porque a matemática que foi necessária para resolvê-lo é muito rica e tem outras aplicações. Mas como é que você convenceria alguém, no tempo de Gauss, de que este era um problema relevante? Ou, de forma mais geral, você tem algum critério para determinar a relevância de problemas em teoria dos números?*

PR — É claro que em qualquer atividade você precisa de um objetivo, é como no mar, você precisa de um farol para chegar até lá. Esse teorema de Fermat era uma proposição tão simples de enunciar e ainda assim estava desafiando todo mundo. Via-se desde o começo

¹ Demonstrada afirmativamente em 2002 por Preda Mihăilescu, perguntava se 8 e 9 seriam as únicas potências inteiras consecutivas não triviais.

que era necessário desenvolver matemática, ele fez esse papel de motor para o desenvolvimento de matemática. Por outro lado, Gauss, com muita razão, estava dizendo que esse teorema em si mesmo não tem importância na matemática. É verdade. Se você disser a alguém que $x^n + y^n = z^n$ não pode ter solução [nos naturais], só as triviais, e daí? O que segue disso? O que segue são os métodos que foram úteis, mesmo quando eles falharam. Isso é que é o importante. Como para Catalan, é preciso ter objetivos, ter uma direção que a gente quer alcançar, são motores para o desenvolvimento da matemática.

MU — *Terá sido algo aleatório o fato de UFT ter se tornado um teorema tão importante? Outros problemas não poderiam ter assumido esse papel de farol?*

PR — Poderiam, mas veja, o UFT é a coisa mais simples que você pode imaginar, é uma soma de produtos, os produtos são de fato potências! É difícil imaginar uma equação aritmética que seja uma coisa tão simples quanto essa, e já está dando toda essa dificuldade! É claro que há muitas outras equações diofantinas que são mais difíceis, mais complicadas, e que poderiam ser exibidas para o público, mas não despertam o mesmo interesse, porque não são tão simples.

MU — *Será que nessa afirmação Gauss anteviu os teoremas sobre indecidibilidade, demonstrações arbitrariamente longas, de Gödel e outros, que viriam um século depois?*

PR — Eu duvido. Ele simplesmente disse o que eu estava contando na minha aula de ontem, e aliás falei no Gauss. Eu disse de brincadeira aos alunos, Gauss não falou com essa linguagem, mas o que Gauss disse essencialmente é que qualquer idiota, qualquer pessoa mesmo sem ser matemático, pode formular problemas em números que mil sábios não conseguem resolver. Para dizer como é fácil formular problemas e ao mesmo tempo como é difícil resolvê-los, eu dei vários exemplos, como “quantos são os primos que na base 10 se escrevem apenas com o algarismo 1?” ...

MU — *E a conjectura de Goldbach² ...?*

² De que os números pares seriam sempre a soma de dois números

PR — Bom, eu não queria entrar nisso, isso é outra coisa. Esse é um problema mais sério, mais importante. Mas o anterior é um problema de numerologia, porque depende da base 10. Então esse é o tipo de problema que é muito difícil, ninguém sabe resolver e não é importante. É isso o que Gauss queria dizer: problemas que se formulam mas que não têm importância para a matemática. Enquando Goldbach, esse tem importância, porque se colocam juntas a estrutura aditiva e a estrutura multiplicativa. Isso é que é difícil.

MU — *Então existem maneiras de se julgar a importância de um problema...*

PR — Uma das maneiras é um pouco a experiência, é ver o que os outros já julgaram importante, pela história também. Todo mundo sabe do problema dos primos gêmeos³, o problema das k -tuplas de primos⁴, Goldbach, [primos da forma] n ao quadrado mais um⁵, esses são problemas que são pedras de toque para o desenvolvimento da matemática, da teoria dos números.

MU — *Vamos voltar um pouquinho no tempo, para entendermos como você chegou nesse ponto de que estamos falando. Você nasceu no Recife e se mudou com sua família para o Rio de Janeiro, quando tinha 8 anos. Qual foi o motivo da mudança?*

PR — Meu pai se mudou e eu acompanhei! Ele se mudou profissionalmente, preferiu estar aqui no Rio.

MU — *E quais são as origens de sua família?*

PR — Meu pai veio da Rússia e minha mãe veio da Áustria, mas hoje em dia ambas as cidades pertencem à Ucrânia. Eles não se conheciam lá, se conheceram no Recife. E vieram por diferentes razões, enfim, tentar a vida no novo continente. Não sei exatamente, porque eles não falavam nessas coisas. Eles estavam num país novo e queriam, como muitos imigrantes, fazer uma nova vida, sem se lembrar tanto dos tempos que pas-

primos.

³ Se existem ou não infinitos pares de primos separados por duas unidades.

⁴ Trata-se de uma generalização da conjectura dos primos gêmeos, mas agora com qualquer padrão fixado de k elementos.

⁵ Se há ou não infinitos primos da forma $n^2 + 1$.

saram fora. Nunca voltaram para lá. Foi assim.

MU — *Você é primo em primeiro grau do Leopoldo Nachbin?*

PR — Exatamente, pelas mães.

MU — *E ele é mais velho?*

PR — Mais velho de seis anos.

MU — *Nós gostaríamos de perguntar como era a sua vida escolar, quando você veio ao Rio, quando começou a despertar para a matemática e, aproveitando esse gancho do Leopoldo, perguntar se houve alguma influência dele, já que ele tinha mais idade.*

PR — Bom, ele não teve tanta influência durante um certo tempo. Quando eu tinha 11 anos ele entrou na engenharia. Depois houve disputas na família, eu não o via por muitos anos. Aí, quando eu comecei a crescer, ele foi embora... Ele acabou tendo uma influência muito grande por acaso: eu ia fazer vestibular de engenharia, estava com 17 anos, e ele voltou dos EUA. Eu voltei a frequentar sua casa, e ele disse 'você gosta de matemática, vá fazer filosofia!'. Foi assim que eu fui à Faculdade de Filosofia, em vez de ir cursar engenharia.

MU — *Ele morava no Rio ou no Recife?*

PR — Ele morava no Rio. Porque quando eu tinha 11 anos ele veio para fazer o vestibular de engenharia daqui da Escola Nacional de Engenharia. Depois ele cursou a engenharia, foi para os Estados Unidos, e eu estava crescendo. Seis anos depois eu o vi de novo. Não teve propriamente influência. Eu sabia que ele gostava de matemática, mas sem ter uma ideia verdadeira do que era.

MU — *Mas o seu interesse por matemática começou a surgir quando? É possível traçar uma origem?*

PR — Sim, é claro, sempre gostei, sempre resolvia os probleminhas com facilidade. Eu queria fazer tabelas para calcular depressa, eu fazia tabelas de quadrados, via como se formavam sem ter que fazer multiplicação, e depois os cubos... Com 13 anos fui ver como essas coisas se demonstravam. Quer dizer, ali aprendi a demonstrar. E gostava da geometria, toda coisa que todo

mundo gosta como aluno.

MU — *Você foi excelente aluno, tanto no Anglo-Americano quanto no Colégio Andrews. Mesmo sendo bom aluno em tudo, você teve algum destaque especial por matemática?*

PR — Não, eu era bom em tudo, isso é que é o pior. Em matemática também. E tive professores decentes, inclusive o Ramalho, que era muito bom... Não quero falar muito de mim, mas ele fazia as provas e eu entregava assim que ele terminava de escrever as questões no quadro-negro, e estava tudo certinho. Eu sabia fazer essas coisas, como vocês todos sabem, né? Quem gosta de matemática não tem problema com isso. Eu li o Comberousse, em francês, eu aprendi muito sozinho.

MU — *E o Niewengłowski?*

PR — Não, esse eu não li, mas era equivalente. Niewengłowski em geometria, Hadamard. Eram vários livros do Comberousse, era muito bem feito, tinha aritmética, álgebra elementar, álgebra superior, geometria, geometria superior. Eu lia aquilo, aprendia sozinho, aquilo foi muito bom. Fazia os exercícios, eu mostrava ao Leopoldo, quando tinha aquela idade de que falei, ele via e aprovava, ele via que eu gostava. Foi aí que ele disse para eu fazer matemática na Faculdade de Filosofia. Na época não se sabia nada sobre a Faculdade Nacional de Filosofia. Eu nunca tinha escutado falar disso, só se falava em engenharia. Exceto em física: no Andrews eu tive um professor, Costa Ribeiro, que era professor da Faculdade Nacional de Filosofia. Mas eles não tinham tempo de falar sobre isso. Davam a aula e iam embora.

MU — *O próprio Leopoldo fez engenharia...*

PR — Mauricio Peixoto também.

MU — *E você fez o serviço militar antes de entrar na faculdade...*

PR — Isso mesmo, tiro de guerra.

MU — *Há uma história contada pelo Andrew Granville⁶ ([6]), ele comenta que você se destacava no serviço militar*

⁶ Granville se doutorou com Ribenboim.

pelo talento matemático e chegou a dar aulas de cálculo...

PR — Não é verdade... Ele estava imaginando...

MU — *Ou foram aulas de cálculo na Escola Técnica do Exército, que se tornou posteriormente o Instituto Militar de Engenharia (IME)?*

PR — Isso sim, mas foi depois. No serviço militar você ia para o Guanabara, aquele clube de regatas que ainda existe⁷, em Botafogo, fazia aquilo de 7 às 10, vestido como devia, como todo mundo, e como eu não gostava eu dizia ao sargento 'olhe, eu sei bater à máquina'. Mas a gente tinha que desfilar, dar a volta na lagoa, dar tiro, fazer aquela coisa toda. E durou aquele ano, o ano letivo inteiro, durante o científico.

Quanto à Escola Técnica do Exército, o Mauricio Peixoto dava aula lá, mas ele tinha que viajar e disse 'eu tenho esse rapaz, ele pode me substituir'⁸. Também substituí o Mauricio no Santo Inácio, na PUC, quando ainda estava em São Clemente⁹. O Mauricio foi para os EUA e me deixou cálculo em dois lugares.¹⁰

MU — *Mas voltando ao discurso do Granville, ele diz que você teria dado aulas para futuros governantes militares...*

PR — Talvez, apenas talvez, porque eu não me lembro de mais nenhum nome. Eu era bem acolhido, embora muito jovem, escutavam bem minhas aulas. Eu acho que era totalmente inútil para militares falar de funções, de limites, de continuidade, mas era isso o que eu estava fazendo. Tinha gente inteligente, é claro. Os nomes eu não sei, não sei se viraram generais ou outra coisa, foram vários meses.

MU — *As notas desses cursos finalmente você publicou em*

⁷ Clube Guanabara de Regatas.

⁸ Ribenboim se refere ao período após a estada de dois anos em Nancy.

⁹ A PUC já tem esse nome desde 1947. A menção ao Colégio Santo Inácio se explica porque ela foi criada dentro das instalações do Colégio, na rua São Clemente. Segundo a documentação que nos passou, resumida no livro [28], Ribenboim foi professor assistente de Mauricio Peixoto no último ano do bacharelado e no ano seguinte (1948 e 1949), na Faculdade de Engenharia Santo Inácio.

¹⁰ Aqui ele está se referindo de novo ao período após Nancy, quando ministrou cálculo na Escola Técnica do Exército e funções analíticas no CBPF.

inglês, na John Wiley... ([16]) O germe estava nesses cursos que você deu nessa época?

PR — Comecei assim, depois melhorei um pouquinho. Ainda existe esse livro, aqui no IMPA, eu tenho ainda algumas cópias. Mas hoje está fora de moda, digamos, porque ninguém explica limite e continuidade exatamente dessa maneira, hoje fazem de outro jeito.

MU — *Depois do científico você cursou a Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil, que se tornou a atual UFRJ, fazendo o bacharelado em matemática. Como era esse bacharelado? Que professores o influenciaram mais?*¹¹

PR — O primeiro curso de análise era do [José] Abdelhay¹², era muito decente. Não posso dizer que era ruim não. Todo o quadro negro escrito direitinho, a gente copiava... não é uma boa maneira de ensinar, mas a gente cobria a matéria. Tinha o Alvércio [Moreira Gomes]¹³ como assistente, para resolver problemas. A geometria era toda dada pela Maria Laura [Mouzinho]¹⁴, outras partes eram dadas pela Moema [Sá Carvalho], para outros. Tinha física do [Joaquim da] Costa Ribeiro, era bom, mas era um nível que hoje em dia não se consideraria tão bom. Acabou aquele nível, mas para a época era bom. Depois teve o segundo ano, tinha mecânica, tinha mais do Abdelhay. Aí chegou o [Antonio Aniceto] Monteiro. Melhorou muito, porque o Monteiro deu o vento moderno. A aula dele era sobre equações integrais, ele tinha sido aluno do Fréchet. Ele fazia um seminário também de topologia e de reticulados, uma coisa moderna, ele era mais vento em popa, eu gostava.

MU — *E o Plínio [Sussekind Rocha]? Foi seu professor também?*

PR — Não, não foi. Foi o Orlando de Maria, que era o

¹¹ O leitor interessado pode buscar informações no site do Departamento de Métodos Matemáticos da UFRJ: www.im.ufrj.br/dmm/, no link "Sobre o IM". Em particular o texto de Luiz Adauto da Justa Medeiros, "Aspectos da Matemática no Rio de Janeiro" e o texto que o complementa, "O trajeto da matemática em algumas instituições do Rio de Janeiro", em sua página www.dmm.im.ufrj.br/~medeiros/.

¹² Ver www.im.ufrj.br/dmm/doc/abdelhay.htm

¹³ Ver www.im.ufrj.br/dmm/doc/alvercio.htm

¹⁴ Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, após se casar com o físico José Leite Lopes.

assistente dele. O Plínio era o catedrático, quem dava as aulas era o assistente. Não foi mal não, tínhamos bons livros... Eu aprendi mais sozinho, pegava o livro do Severi “Lezioni di analisi” ([39]), é muito bom aquele, aprendi daquilo. O Castelnuovo ([2]) era um bom livro também. Nós tínhamos esse livro para geometria analítica e projetiva, era em espanhol, era o livro adotado. A gente aprende como pode, pouco a pouco.

MU — *Você teve aulas também com Leopoldo Nachbin?*

PR — Tive, no último ano. Ele veio e deu um curso de espaços vetoriais topológicos. Mas não saiu da base, foi uma pena, ele ficou muito próximo às definições e não foi para a frente, porque ele era muito cuidadoso e os alunos eram fracos. Acho que ele teve cuidado com isso. O [Adrian] Albert também esteve e deu um curso de teoria de Galois, mas ali eu não segui muito bem. O Albert, para dizer a verdade, é muito bom matemático mas não era bom professor não. Ele estava acostumado com Chicago e não sabia medir quem estava na frente dele, que base nós tínhamos.

MU — *E José Leite Lopes? Chegou a ter aulas com ele?*

PR — Não, não tive.

MU — *No ano seguinte à conclusão do bacharelado você publicou seu primeiro artigo, sozinho, na Summa Brasiliensis Mathematicæ ([13]).*

PR — Isso foi por causa do seminário do Monteiro, era estimulante, ele tinha muito entusiasmo. Estava falando sobre reticulados de Boole, álgebras de Boole, também sobre reticulados de Brower (ele dava outro nome). E eu vi que os reticulados de Boole tinham uma série de equações que os caracterizavam, e os de Brower tinham inequações, desigualdades. Eu disse ‘poxa, não devia ser assim!’, e então eu achei umas equações que davam os de Brower. Foi esse o meu artigo.

MU — *Essa foi sua primeira ideia original em matemática?*

PR — Exatamente, foi a primeira. Foi fruto desse seminário, sobre reticulados, filtros, ideais, que aliás eu redigi, em parte, porque assim eu aprendi. Está nas *No-*

*tas de Matemática*¹⁵. Filtros, ideais, número dois. Ele fez dois, um e dois, eu redigi o segundo. Era interessante, eu gostava muito daquilo. E aí a gente estudava “Birkhoff lattice theory”, ali já foi um começo para a pesquisa.

MU — *E o Antonio Monteiro não permaneceu no Brasil?*

PR — A história dele está muito bem explicada no Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática que apareceu agora, para o centenário de seu nascimento ([11]). Ele não permaneceu porque era considerado comunista. Ele era um pouquinho de esquerda, mas ele era sobretudo contra Salazar. Ele era um homem que tinha ideias muito nobres e não era agitador coisa nenhuma, era um científico muito sério. Mas criou inimigos, porque ele abria a boca.

MU — *Isso foi por volta de 1950? Já era um problema ser considerado comunista num país democrático como era o Brasil naquela época?*

PR — Já, claro. Ele foi perseguido em Portugal, veio para cá e aqui, no começo, deixaram-no em paz. Mas depois começaram a implicar com ele e ele teve que ir embora.

MU — *Um pouco mais tarde chegaram os portugueses do Recife. Eles tiveram o mesmo problema?*

PR — Não, não tiveram não, porque eles não eram tão vocais quanto Monteiro. Mas eles tinham também ideias, eram contra Salazar também.

MU — *Ruy Gomes foi candidato à presidência de Portugal...*

PR — Fui eu mesmo que trouxe Ruy Gomes. Ele estava na Argentina, eu o encontrei num evento em Buenos Aires, ou em Bahia Blanca, não me lembro, e disse ‘você deveria ir para o Recife’. O Pereira Gomes o trouxe para o Recife, mas fui eu que estimei isso. Ele foi reitor da Universidade do Porto quando voltou. O pai dele tinha sido iniciador da República, foi iniciador da República

¹⁵ Série de publicações iniciada por Antonio Monteiro e continuada por Leopoldo Nachbin.

Portuguesa depois da queda dos reis. O pai do Ruy Gomes era muito conhecido por lá.

MU — *Mas você acha que o período do Antonio Monteiro aqui no Brasil foi importante?*

PR — Foi importante. Foi curto, mas foi importante. Teve a [orientação da] Maria Laura. Embora eu não tenha ficado muito aqui, sei que teve influência com Leite Lopes, com o Leopoldo, com o Mauricio, direta ou indiretamente. Colaborou na revista *Summa Brasiliensis*, na fundação, era muito importante. Era um homem que tinha uma formação com Fréchet, em Paris, onde ficou vários anos, cinco anos eu acho. Vale a pena ver o que escreveram sobre ele, é um volume inteiro sobre ele no Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática.

MU — *E você assistiu a algum curso do [Achille] Bassi?*

PR — Não, não assisti. Pode ter sido depois da minha partida em 1950.

MU — *[Luigi] Sobrero, [Gabrielle] Mammana?*¹⁶

PR — Creio que esses foram antes de eu entrar na Faculdade de Filosofia. Eu era jovem, não conhecia todos. Leopoldo falava desses dois: Sobrero, que era físico, Mammana, que era matemático, do Bassi não me lembro bem não. Do Bassi lembro de uma história, contada pelo Renzo [Piccinini]¹⁷. Quando começaram a estudar aqui o Halmos, “Finite dimensional vector spaces” ([8]), em vez de estudar álgebra linear italiana, o Renzo ia para a biblioteca e usava o livro do Castelnuovo para esconder o pequeno Halmos. De forma que o Bassi, quando passava, pensava ‘ele está estudando um bom livro!’. Mas ele estava lendo outro! Isso foi o que o Renzo me contou, não sei em que ano foi isso, mas foi depois de 1950. Pela idade do Renzo, deve ter sido em

1956, por aí.

MU — *Depois de obter o bacharelado você teve uns 3 cargos de professor assistente, aquele do Mauricio incluído...*

PR — Temporários. No CBPF eu acho que fui assistente também.¹⁸

MU — *Aí em 1950 surgiu a bolsa para ir a Nancy...*

PR — Foi o Leite Lopes que me falou... O CBPF estava na rua Álvaro Alvim, perto da Cinelândia, e, num corredor, o Leite passou e me disse ‘eu tenho uma bolsa para você ir para a França, vai querer?’. Foi assim. Eu disse ‘ih, eu preciso perguntar a minha mãe!’, porque era assim naquela época. Eu perguntei, ela chorou mas deixou, e eu fui para a França, estudar com o [Jean] Dieudonné. Porque ali eu já estava estudando com muito cuidado as notas que [Luis Henrique] Jacy Monteiro tinha feito dos cursos de Dieudonné sobre álgebra comutativa que iam se tornar o capítulo quinto do Bourbaki¹⁹. Existe em português, e o que eu quero dizer é que quanto mais trabalhos e livros em português aparecerem tanto melhor para nós aqui no Brasil, porque, primeiro, podem ser lidos por todo mundo e, segundo, são baratos.

MU — *Você tinha algum contato com Jacy Monteiro? Ia a São Paulo?*

PR — Sim, tinha. Às vezes eu ia a São Paulo, talvez Jacy viesse para cá também, não me lembro. Ele era uma pessoa muito agradável, infelizmente morreu muito cedo. Jogava ping-pong muito bem! Era da turma do Chaim [Samuel Hönig], do Alexandre Martins Rodrigues... Eu fui muitas vezes na rua Maria Antônia, onde estava a universidade. Para falar com o Cândido, com o Farah, eram amigos. De vez em quando

¹⁶ Professores italianos contratados pela Faculdade de Filosofia em 1939, que retornaram em 1942 por causa da guerra. Mammana orientou e apresentou o primeiro trabalho de Leopoldo Nachbin nos Anais da Academia Brasileira de Ciências, intitulado “Sobre a permutabilidade entre as operações de passagem ao limite e de integração de equações diferenciais”.

¹⁷ Outro brasileiro que se radicou no Canadá, chegou a ser presidente da Sociedade Canadense de Matemática. Foi também secretário geral na primeira diretoria da SBM.

¹⁸ Segundo a documentação que Ribenboim nos passou, resumida em [28], além da posição de assistente de Mauricio Peixoto na Faculdade de Engenharia Santo Inácio, Ribenboim foi, em 1949, professor assistente de geometria na Faculdade Nacional de Filosofia e professor assistente do CBPF.

¹⁹ As famosas notas de Jacy Monteiro, em três partes: “Teoria dos corpos comutativos”, “Teoria de Galois” e “Grupos ordenados e teoria das avaliações”. “Avaliações” é o nome que se dava anteriormente para “valorizações” ([5]).

tinha um seminário, eu escutava. Era por volta de 1949.

MU — *E em Nancy, você mesmo foi lá e conversou com Dieudonné?*

PR — Claro, claro. Eu já estava em contato com ele. Disse: 'posso ir trabalhar com você?', 'Pode!'. Como eu sabia o endereço dele, quando eu cheguei no hotel notei que era na mesma rua, cinco casas mais longe. E na casa da frente era o [Laurent] Schwartz, isso eu não sabia. Fui lá na casa do Dieudonné, bati na porta, porque telefone eu não tinha, ele me recebeu muito amavelmente. E como cheguei lá em abril (para nós é o começo do ano mas para eles é o fim), ele disse 'só começamos em outubro, mas você pode, enquanto isso, vir me visitar toda sexta-feira às cinco horas, nós nos falaremos todas as semanas'.

MU — *Os encontros eram na casa dele?*

PR — No quarto de trabalho dele. Porque eu morava num hotel meio vagabundo, não tinha elevador, não tinha nada. Ele começou naturalmente me perguntando o que eu já sabia. Eu disse que tinha estudado seu livro²⁰ e que estava interessado em teoria dos reticulados. Aí ele disse 'jogue isso tudo fora, isso não vale nada', ele sempre tinha opiniões fortes²¹. Dieudonné sempre foi assim. 'Não, isso não é bom não. Esqueça tudo isso e vá aprender Bourbaki', que eu nunca tinha visto. Aí eu peguei o primeiro, "Álgebra", o comecinho, e tinha umas operações danadas de difíceis, elas eram escritas com um τ , 'o que é isso, esse τ ?' mas depois entendi que era ou soma ou multiplicação, era uma operação qualquer. Eles estavam estudando as propriedades, essa coisa toda. Estudar sozinho com Bourbaki não é a coisa mais fácil do mundo, você vai estudar álgebra linear e os espaços são logo de dimensão infinita, com aquela notação! Longe de ser intuitivo! Mas, trabalhando, eu perguntava, ele me respondia... Fui fazendo os exercícios, trabalhando, até que chegou um dia que

²⁰ Ribenboim se refere às notas de Jacy Monteiro.

²¹ Como fica claro mais adiante na entrevista, quando Ribenboim nos conta esta passagem outra vez, Dieudonné se referia à teoria de reticulados, não ao curso que tinha dado em São Paulo que estava nas notas de Jacy Monteiro.

fiz uma pergunta que ele não sabia me responder. 'Um exemplo disso, disso e aquilo'. Coçou a cabeça, não sabia. Mas existia. Era um desses exemplos que, embora sejam importantes, não estavam no tronco central. Depois ficaram muito mais importantes, na teoria dos grupos profinitos, mas eu não estava falando disso.

Enfim, ele gostou de mim, me recebeu muito bem, sempre. Ele gostava muito de música e eu também, de forma que a gente também se encontrava por outras coisas. Antes de chegar outubro ele me falou, 'Schwartz mora ali, ele é muito simpático, você vai ver'. Eu comecei a ver Schwartz, muito simpático, realmente, e foi lá que eu encontrei [Alexander] Grothendieck. Schwartz me convidava para o chá da tarde, às quatro horas, se dirigia a mim gentilmente, simpático, não tinha cara de "abrupto", como se diz em francês, um cara embrutecido pela matemática. Não, ele tinha outros interesses. Aí ele me disse assim, 'Eu tenho um aluno, ele é muito bom, muito inteligente, mas só pensa em matemática! Ele vem hoje aqui, faça amizade com ele e veja se sai um pouco com ele, passeie, fique amigo!'. Era o Grothendieck. Que chegou dali a pouco, com a bicicleta, short, aquele cabelo bonito que ele tinha naquela época, é difícil pensar nisso hoje. De saída nós ficamos amigos, naquela mesma hora. Aí nos vimos muito, mas não por matemática, sobretudo pelas outras coisas. Porque ele estava tão na minha frente que eu não podia falar nada com ele. Assim mesmo ele me ensinava alguma coisinha, quando dava na cabeça. Senão a gente andava de bicicleta, caminhava, ia para concertos, coisas desse tipo.

MU — *E outros colegas, o ambiente lá como era?*

PR — Havia muitos colegas. Tinha um curso do Jean Delsarte, que estava dando por um livro de grupos de Lie, de Chevalley, publicado pela Princeton ([3]) Ele ia lá e copiava tudo direitinho, palavra por palavra, ele estava aprendendo também, e era bom aquilo, porque dava para seguir. Eu me interessei por aquilo, num certo momento, mas não fiquei naquilo.

Teve o curso do Dieudonné, ele começou pela parte III, valorizações, foi logo na teoria dos números algébricos. Não era análise não, era números algébricos. Foi

lá que eu comecei a me interessar, anéis de Dedekind, e coisas desse tipo. E tinha o curso do Schwartz, que era sobre distribuições. Era o segundo curso. Naquele ano ele ganhou a medalha Fields e ele era um excelente professor, embora o assunto fosse difícil. Ele vinha, ele dava aula sobre o segundo volume que não estava publicado, e era complicado aquilo. Eu peguei espaços vetoriais topológicos, estava dentro, e não se pode aprender tão depressa. Mas me serviu até hoje.

MU — *Espaços vetoriais topológicos foi algo útil para sua carreira?*

PR — Foi, no sentido que, embora sem usar, dá uma substância maior, dá um volume ao conhecimento. E fui seguindo cada um desses cursos, não tinha exame, não tinha coisa nenhuma (lembro também do curso de [Roger] Godement, esse era mais duro!).

Além disso era uma situação muito difícil, você vai para lá com uma bolsa de um ano. Como você pode fazer um programa? Não pode. Você fica um ano, pede [renovação] onde pode, e eles dão o segundo ano. Mas também não sabe se vai ter mais, e não pode fazer programa nenhum. Pode sentar, escutar e falar.

MU — *Então a estada em Nancy foi mais para fazer cursos? Você não chegou a fazer pesquisa?*

PR — Eu fiz, sim, um trabalho, eu publiquei na *Summa*, “Modules sur les anneaux de Dedekind” ([14]). Se você tem os inteiros e vai aos racionais, você tem os subgrupos dos racionais, tem outros além dos subgrupos dos inteiros, que são classificados por certas potências de p que equivalem a valorizações p -ádicas. Você faz isso em anéis de Dedekind, usando potências de ideais de primos, foi o que eu fiz. Era pesquisa aquilo. Bom, e aconteceu, mas meu objetivo maior era aprender, eu não sabia nada dessas coisas. Como qualquer um que saísse do Rio, talvez mesmo de São Paulo. E nós estávamos com muito pouco conhecimento.

MU — *E essa bolsa que o Leite Lopes lhe ofereceu era do CNPq?*

PR — Não, era francesa. Madame Mineur. Porque a França tinha perdido muito da influência cultural. E a

adida cultural era Madame Mineur, ela tinha dinheiro, ela se cercava das pessoas de destaque. O Leite era um. Ela dizia ‘tenho bolsas, arranje gente para recebê-las’, era desse jeito. E Leite me deu uma.

MU — *E foi em Nancy que você conheceu sua esposa, Huguette?*

PR — Exatamente. Como eu digo a todo mundo, não estudei o tempo todo!

MU — *E ela veio para cá depois dos dois anos?*

PR — Sim, nós nos casamos lá. Casei no lugar mais bonito que tem lá, na Place Stanislas, que é do tempo de Luis XV. É uma praça maravilhosa, que nunca foi destruída, está renovada, todos os ouros, as grades, os prédios, é uma beleza! E tem o Hotel de Ville, a prefeitura, é lá que se casa, eu casei lá. Um lugar magnífico!

MU — *E no retorno ao Brasil, em 1952, ela veio junto?*

PR — Isso mesmo, já casados. Eu voltei para cá e fui trabalhar, creio, no CBPF. Só fiquei 14 meses, em posições temporárias²². Eu voltei logo [para a Europa]. Aí eu estava interessado em teoria dos ideais, nos trabalhos de Krull, eu estava trabalhando, fazendo coisas. Entrei em contato com Krull e aí ganhei a bolsa, acho que foi do CNPq. E fui trabalhar em Bonn com ele, por três anos.

Mas de novo foi a mesma coisa [o problema de renovar ano a ano]. Você sabe de uma coisa? Nunca tinha escutado falar de doutorado. Parece incrível, mas aqui você fazia exame com curso e quando passava é que virava doutor. Quem tinha um cargo virava doutor. Mas um programa de doutorado, com exame, tese, aquela coisa toda, não existia ainda, no Rio.

MU — *Mas em São Paulo já existia...*

PR — Não, desse jeito mais moderno não. Foi por volta de 1956 que isso apareceu em São Paulo, e ali eu gostei porque não precisava cursar nada, era só apresentar uma tese. Registrei, o Cândido [Lima da Silva Dias] me deu um assunto para ler, era o livro de [Helmuth]

²² Nesse período Ribenboim ensinou cálculo na Escola Técnica do Exército, funções analíticas no CBPF e teve bolsa do CNPq.

Hasse, "Zahlentheorie"²³, e teve uma tese que eu escrevi. Mas todo o trabalho de pesquisa foi feito na Alemanha. Eu passei um exame com Cândido, mostrei a tese, eles aprovaram, e virei doutor. Foi pela Universidade de São Paulo, eu nunca ia lá.

MU — *Foi em agosto de 1957. Mas na USP já havia um programa de doutorado: Jacy Monteiro, Elza Gomide com Jean Delsarte e outros fizeram doutorado propriamente dito. Até Castrucci, com Albanese. Alguns fizeram logo a cátedra, por exemplo o Catunda, sem doutoramento. No Rio não, todo mundo fazia a docência. Segundo Luiz Adauto, naquela época, houve um único grau de doutor concedido pela Filosofia, para Luis Osvaldo Teixeira. Maria Laura, Leopoldo, Mauricio, Marília Chaves Peixoto, foram todos docentes. Em São Paulo não tinha que seguir cursos tampouco, mas tinha sim uma tese.*

PR — Bom, vocês me esclareceram isso. Alguém me disse que não existia, talvez tenha havido uma razão para isso. Mas não importa. Eu fiz desse jeito, e gostei, porque não precisava seguir cursos.

MU — *Nós estamos também esclarecendo porque o artigo de Granville ([6]) fala que o seu foi o primeiro doutorado nesse sentido.*

PR — Talvez eu tenha lhe dito sem saber direito. Esse artigo do Andrew, ele pegou o material como ele pôde, ele vem da Inglaterra, de Cambridge. Ele foi meu aluno, é verdade, mas ele não tem ideia do ambiente brasileiro. De maneira que para ele pode haver imperfeições.

MU — *E esse período em Bonn, de 1953 a 1956, foi bastante produtivo para você, pelo que se constata. . .*

PR — Foi, eu estava trabalhando bem. Foi mesmo. Saíram muitos artigos, em bons jornais. Eu já não era garoto, em 1953 eu estava com 25 anos.

MU — *Data dessa época seu célebre contraexemplo para uma conjectura de Krull, que acabou sendo citado num dos livros de Bourbaki. Você poderia comentar isso?*

PR — Posso. Krull era um matemático de alta qua-

lidade, está em todos os livros, é importantíssimo. Quando eu cheguei lá ele foi me receber, era muito gentil. Ele procurou onde eu ia morar, se ocupou diretamente de mim. Eu já tinha correspondência com ele, talvez ele quisesse me ajudar. Depois eu fui ao seminário dele, ele me deu no começo um artigo, de Paul Jaffard. Ele disse 'isso é muito bonito, você precisa encontrar exemplos'. O artigo era francês, estava tudo muito bonitinho, mas não tinha os exemplos, e ele queria. Os exemplos que eu encontrei não eram tão interessantes. Pode ser que eu não tenha encontrado nada, mas o artigo continua bonito.

Depois disso, ele disse 'tenho outra coisa: Nagata parece que resolveu uma conjectura que eu tinha, na negativa'. Ele queria que eu estudasse aquilo para lhe dizer como era a demonstração. Porque essa era a maneira do Krull de trabalhar. Ele tinha muitos jovens em torno, e dizia 'você estude isso, você estude aquilo, depois me contem no seminário'. Eu peguei aquilo, era curtinho, e não entendia. Fiquei chateado, porque eu tinha que prestar contas daquilo. E não entendia, não havia jeito! Até que caiu na minha cabeça de que talvez estivesse errado. E aí eu descobri que estava errado, havia um buraco, um furo enorme. E, ao mesmo tempo, corriji o erro dele, fiz melhor. Modifiquei um pouco: a ideia inicial era mais ou menos a mesma, mas tinha que modificar um certo número de coisas. Aí eu cheguei para o Krull e disse 'não estava certo, mas é assim que se faz'. Ele tinha um escritório enorme, imponente, como o de ministro aqui. Era a maneira alemã, todos os professores tinham aqueles escritórios fantásticos, com secretária ao lado para ele. Ainda hoje é assim. Ele disse à secretária para não atrapalhar e eu fui para o quadro, expliquei tudo para ele. Ele ficou convencido de que realmente estava certo. Aí eu escrevi e mandei para o Nagata, e o Nagata ficou naturalmente. . . bom, ele aceitou, mas foi trabalhar para ver se modificava a dele e também conseguiu. O meu foi publicado no *Nagoya Mathematical Journal* ([15]), onde o dele também tinha sido publicado e onde ele depois publicou uma correção. Mas aí, naturalmente, tendo trabalhado no assunto você não só faz aquilo, mas faz várias coisas em torno, e eu tenho três artigos em torno disso, pelo menos.

²³ Teoria dos números.

MU — *A sua comunicação com Krull já era em alemão, nessa época?*

PR — Era em alemão.

MU — *Você aprendeu rápido?*

PR — Eu tive que fazer muitos seminários, porque ele estava interessado no que eu tinha aprendido na França. Os franceses eram muito simpáticos comigo, Bourbaki em particular, não sei por que, talvez porque Dieudonné tivesse estado no Brasil, Weil também. Pierre Samuel²⁴ não tinha estado ainda. Todo mundo tinha uma grande simpatia, me chamavam para assistir tudo o que faziam e depois me autorizaram a fazer cópias de tudo o que eles tinham em preparação. Tinha uma montanha de coisas, e eu fui fazendo cópias, fotocópias. Eu ainda tenho aquela coisa toda, inclusive coisas que eles nunca publicaram, como a teoria dos corpos de classe. Eu estava nisso, estava estudando, e quando eu cheguei em Bonn, eu disse que podia fazer seminários sobre isso. Krull imediatamente pediu para eu fazer, e era o Chevalley que tinha escrito aquilo. Era muito bom, mas nunca foi publicado. Eu estudei aquilo, fiz muitos seminários, acho que fiz uns 9 ou 10. Eu fiz tantos que o pessoal lá ou ficou com boa vontade de fazer também ou com ciúmes, e deram basta. Aí eu não fiz mais. Mas o Krull estava muito interessado. Era tudo em alemão, claro. Primeiro um alemão como eu sabia, depois fui melhorando.

MU — *Você aprendeu ídiche com seus pais?*

PR — Não, não. Eu era avesso a tudo o que não era brasileiro. Sabe como é, criança de imigrante quer ser mais brasileiro do que os próprios brasileiros! Eu não queria saber disso não. O alemão eu aprendi com aquele livro de Landau, “Grundlagen der Analysis”, ele tem um vocabulário no fim, ele usa muito poucas palavras. Eu li aquilo pouco a pouco, e depois trabalhos de Krull, eu lia aquilo. É um pouco difícil, mas... Krull escreveu com linguagem muito bonita. Vocês sabem que eu publiquei as obras completas de Krull, pela Walter de Gruyter? Depois da minha aposentadoria no Ca-

²⁴ Falecido em 23 de agosto de 2009.

nadá eu disse, ‘bom, agora eu tenho mais tempo, vou fazer obras completas de vários autores’. Comecei pedindo para Yoshikazu Karamatsu ser o editor das obras de Taro Morishima, que me interessavam muito pelo seu trabalho sobre UFT ([12]) e depois comecei a editar eu mesmo obras de outros autores, incluindo Krull. Mas quando eu fui fazer do Krull, você tem que pedir licença, para ter os copyrights, e o pessoal da de Gruyter, disse ‘boa ideia, vocês fazem mas nós publicaremos, não Queen’s’. O que era uma boa coisa, porque Queen’s faz edições muito pequenas, de umas 200 cópias, enquanto a de Gruyter é internacional. Eu fiz para eles. Escrevi, antes de tudo, uma descrição muito grande da obra de Krull, “Life and influence of Krull”, está no começo das obras ([10]). [Shreeram] Abhyankar é que ficou muito contente com aquilo, disse ‘faça isso, é tão importante!’. Porque, realmente, Krull não falava em geometria algébrica como tal, mas ele fazia geometria algébrica através da teoria dos ideais, ele teve ideias sensacionais.

MU — *Ele não tem teoremas em geometria algébrica, mas tem teoremas em álgebra que foram usados em geometria algébrica...*

PR — Exatamente. Em particular, ele tem a teoria das extensões infinitas de corpos, teoria de Galois infinita, e tem uma quantidade de novas ideias que ele botou e que são muito estudadas hoje em dia. No evento para o Wolmer [Vasconcelos]²⁵, falou-se muito das ideias de Krull, de sistemas de ideais, isso está voltando.

Pois é, foram 3 anos muito produtivos. Mas, de novo, não podia pensar em doutorado. Porque não sabia no primeiro ano que ia ter um segundo, no segundo não sabia que ia ter um terceiro.

MU — *E aí você voltou para o Brasil, com uma posição no IMPA, e defendeu a tese em São Paulo.*

PR — Isso. Aí eu já tinha material.

MU — *E foi nessa época que você conheceu Otto Endler.*

PR — Eu o conheci na Alemanha, isso mesmo. Fui eu

²⁵ Ocorrido em Olinda em agosto de 2009.

que o trouxe para aqui. Ele era meu amigo, era aluno de Krull, era muito brilhante, ganhou um bom prêmio pela tese. Eu disse 'venha para cá', eu o trouxe para o IMPA, ele começou a dar aulas. E também fui eu, em São José dos Campos, que disse 'olhe aquela menina bonita', era Ana Maria Freire, naquela época. E ele foi lá, muito tímido, 'vá rapaz, ela está olhando', e ele foi lá, acabou namorando e casou com ela.

MU — *Ele chegou logo após o primeiro Colóquio, em agosto de 1957, e deu o curso sobre o texto de Chevalley, "Introduction to the theory of algebraic functions of one variable" ([4]), publicado nos EUA em 1951.*

PR — Sim, ele estava na vanguarda. O Krull tem um livro sobre teoria de Galois, a terceira parte é muito interessante. Krull disse para ele fazer isso, é difícil, aquele polinômio fundamental, que está nas *Notas de Matemática*. Até hoje não aprendi aquilo.

MU — *Agora, o intercâmbio com os alemães, de grande porte mesmo, ocorreu nos anos 70, 80.*

PR — Foi. Aí trouxeram gente à beça, como [Peter] Roquette, [Gehard] Frey, [Wulf-Dieter] Geyer, [Alexander] Prestel, e muito mais gente.

MU — *Alguns vinham anualmente ao Brasil. Prestel, por exemplo, não só no IMPA como em outros institutos, São Paulo, São Carlos.*

PR — Foi uma grande coisa.

MU — *Foi um grande intercâmbio entre Brasil e Alemanha tendo por coordenador, do lado alemão, o Otto Endler que, anualmente, passava mais tempo no Rio de Janeiro do que em Bonn...*

PR — Isso foi por volta de... É por isso que o Karl Otto Stohr, aluno do Krull, está aqui, até hoje. Ele gostou e ficou por aqui, é uma influência muito grande.

MU — *Nesse período após a estada na Alemanha, você chegou a ser eleito para a Academia Brasileira de Ciências, não é?*

PR — É verdade. Creio que não sou mais membro da Academia agora. Uma vez, como não frequentava

mais, recebi uma carta dizendo que eu estava excluído, de acordo com o regulamento. Penso que nunca fui re-admitido.

MU — *Mas você chegou a frequentar a Academia?*

PR — Claro, claro. Publicava coisas, enquanto estava lá tenho vários artigos. Mas depois viajei, aí não podia mais frequentar.

MU — *E naquela época você era o mais jovem membro da Academia, mesmo sem um doutorado formal.*

PR — É verdade. No Canadá também fui o mais jovem.

MU — *E nesse período pós-Alemanha, aqui no Brasil, você ficou no IMPA...*

PR — Onde o IMPA estava, na São Clemente.

MU — *Justo. Na primeira sede do IMPA, na São Clemente, depois de ter funcionado provisoriamente numa sala do CBPF, na rua Venceslau Brás. E em 1959 você chegou a se inscrever num concurso da Faculdade Nacional de Filosofia, onde havia muitos candidatos...*

PR — O concurso nunca saiu, por disputas entre os candidatos, e não sei mais o quê.

MU — *Você chegou a escrever uma tese para esse concurso, sobre o Teorema de Riemann-Roch?*

PR — Isso mesmo.

MU — *E isso de alguma forma tem relação com a sua saída definitiva do Brasil?*

PR — Não, não. Eu não faço as coisas planejadas. Elas acontecem. Pierre Samuel esteve aqui, dando cursos no IMPA, e eu queria segui-lo. Ele foi para Illinois, e eu queria também sair para um ambiente mais rico, naquela época, em matemática. E aí ganhei uma bolsa Fullbright, para ir a Illinois também. Então fui ficando, fiquei 3 anos, o máximo que podia com o visto, mais do que o máximo, eu diria. E na hora de voltar para o IMPA não havia resposta de ninguém, nem do ITA, nem de lugar nenhum, e aí eu tive que tomar uma decisão. E fui para o Canadá. Foi uma coisa fortuita e inesperada. Não houve plano nenhum. Estando no Canadá, dali a

coisa foi me afastando, as condições aqui eram difíceis, eu estava bem no Canadá, ia para a Europa sempre, foi mudando.

MU — *Quando você estava em Illinois, ainda tinha vínculo com o IMPA? Tinha alguma espécie de afastamento do IMPA?*

PR — Eu estava afastado, mas naquela época o IMPA não tinha quadros, então não havia vínculos. No IMPA eu vivia só com bolsa. Eu era pesquisador-chefe no fim, mas era só bolsa. Não tinha uma posição.

MU — *Então no Brasil havia poucas posições disponíveis?*

PR — Havia pouca oferta.

MU — *E isso motivou a decisão quando surgiu o convite de Queen's?*

PR — Eu estava com a família e queria voltar, fiz muito esforço. Escrevi cartas para todo mundo que eu conhecia. Mas brasileiro não gosta de responder. Não responde a cartas. Não havia e-mails, não havia nada disso. Chegou uma época, poxa, já em abril ou maio, eu tinha que tomar uma decisão. Um amigo meu, em Illinois, que era canadense, me ajudou. Ele disse 'eu lhe ponho em contato com o diretor de Queen's', e lá recebi uma oferta. Depois recebi várias outras ofertas, porque era uma época muito fácil de ter lugar. Mas fui ficando em Queen's, eu gostei.

MU — *Você já tinha os dois filhos nessa época?*

PR — Já tinha os dois.

MU — *O primeiro nasceu em Nancy, não é?*

PR — Isso mesmo, Serge, em 1953. E o segundo em Urbana, em 1961, chama-se Eric.

MU — *E pelo jeito no Canadá você teve bastante reconhecimento, pois 3 anos depois já era Full Professor.*

PR — É verdade. Já era Associate Professor em Illinois, quando cheguei lá... Você sabe, no Brasil, naquela época nós não tínhamos noção do que é uma coisa e do que é outra, simplesmente mandaram uma carta dizendo que eu tinha sido nomeado Visiting Associate

Professor. Pensei 'ok, obrigado', mas depois a gente vê que já era uma boa posição.

MU — *E o problema em Illinois foi renovar a permanência, o visto?*

PR — A Fullbright dá um visto 'J qualquer coisa', você renova uma ou duas vezes, mas a condição é voltar ao país de origem. E depois de dois anos pode voltar. Ou então fazer de conta que vai no país de origem e voltar. Que é o que todo mundo me aconselhou, voltar é claro. Mas como eu não podia, eu fui para o Canadá, com a intenção de voltar aos Estados Unidos mais tarde.

MU — *Então você tinha a intenção de voltar?*

PR — Sim, eu tinha. Eu tinha uma oferta de ficar lá como professor titular, em Illinois. Mas eu não gosto de guerra. Tinha dois filhos, e os Estados Unidos sempre em guerra...

MU — *Então um dos motivos que fez você não voltar para os Estados Unidos foi medo de guerra?*

PR — Não é medo. É convicção!

MU — *Portanto foi uma decisão correta, porque seu filho mais velho poderia ter ido ao Vietnã.*

PR — Exatamente. Eu era muito amigo do Irving Reiner, que tinha filhos da mesma idade. Eles foram convocados, é verdade, mas fizeram *peace corp*, corpo de paz, foi uma alternativa à guerra. Mas quem é estrangeiro não pode fazer isso, ia mesmo para a guerra. Eu tive uma boa antecipação. E o Canadá é um país muito simpático, eu tinha condições, a universidade era muito pequena. O diretor John Coleman me apoiava muito, para começarmos a desenvolver aquilo tudo, e eu tive um papel nisso. Isso me agradou.

MU — *Atribui-se a você e inclusive a sua esposa a criação de uma atmosfera amigável e receptiva na Queen's, que tornou o departamento um polo importante de pesquisa em álgebra. Tinha até o chamado "algebra group", com relatórios imensos...*

PR — É verdade, nós éramos muito conhecidos. A história é que, estando lá, eu tive oportunidade de contra-

tar gente. O departamento era tão pequeno, acho que tinha 6 ou 8, alguma coisa assim, e virou 35. Eu tinha quase carta branca de encontrar uma pessoa que eu achava boa e chamá-la, fazia-se assim. Ou então gente como Mumford, me telefonava e dizia 'eu tenho esse aluno, Leslie Roberts, ele é muito bom, você quer?', e eu dizia 'quero!' e contratava! Era fácil. Wolmer [*Vasconcelos*], por exemplo, a gente queria contratar, mas ele preferiu a Rutgers. Foi Kaplansky quem me telefonou. Eu trouxe aqueles alemães [*como visitantes, que não ficaram*], Geyer, [*Winfred*] Scharlau, [*Jürgen*] Neukirch, tinha muita gente boa, muito ativa, tinha um seminário de muito alto nível, sem dúvida nenhuma o melhor do Canadá e muito conhecido. Vinha gente de todo o lugar. Durou um certo tempo e, como tudo que vai para cima, depois foi para baixo. Pouco a pouco foi descendo. Mas era realmente conhecido.

MU — *Era praticamente só álgebra nesse crescimento todo?*

PR — Não, mas álgebra era dominante. E isso, naturalmente, não estava certo. Mesmo que eu goste de álgebra e a pratique sempre é necessário ter gente de outros domínios também. Havia alguns analistas e havia gente disso e daquilo, mas eles ou não tinham tanta iniciativa ou não tinha tanta envergadura, de maneira que o nosso era o melhor. Mas não é mais, há muito tempo que eles assumiram outros domínios muito bem, e a coisa mudou. Hoje tem boa teoria dos números lá também, muito bom lá.

MU — *E Aron Simis foi seu único aluno brasileiro?*

PR — Sim. Indiretamente tem o Visu [*Tenkasi Viswanathan*], que eu mandei para aqui. O Aron veio para estudar comigo e fez o mestrado e o doutorado. Ele voltou e é muito influente aqui, é muito bom, está trabalhando muito bem.

MU — *Você não teve colaboradores brasileiros?*

PR — Eu não colaborei com nenhum brasileiro. Uma vez com Visu, enquanto ele era aluno, mas ele não é brasileiro.

MU — *Viswanathan é indiano e veio para o Brasil depois.*

PR — Isso.

MU — *Você tem de fato poucos trabalhos conjuntos, não?*

PR — Umas 12 ou 13 pessoas trabalharam comigo.

MU — *Mas na maioria das vezes você trabalhou só?*

PR — Sim, a maioria. A maior colaboradora é Sybilla, poxa, em 91 nós começamos, há muitos anos, sempre trabalhando juntos. E tive Wayne MacDaniel, também trabalhamos juntos muitos anos, mas eles se aposentam, ficam cansados e vão embora. Tive outros, um trabalho aqui, dois ali, em geral trabalho só.

MU — *Mas você prefere trabalhar sozinho, é um estilo?*

PR — Eu não prefiro, mas acontece. A prova de que não prefiro é que eu trabalho com a Sybilla há muitos anos e funciona muito bem. E com Wayne MacDaniel funcionou muito bem. Tive vários artigos muito difíceis com Wayne, em teoria dos números, ele era um matemático... eu só posso dizer bem dele, era muito modesto, não era dos grandes, nunca se julgou grande, mas era muito inteligente, pode-se dizer "sharp". Ele fazia as coisas muito bem, a gente fez muita coisa interessante juntos. Aquelas coisas de teoria dos números, para chegar aos resultados tem contorções e contorções, não se chega diretamente, é muito complicado, com lemas e lemas, ele era muito bom nisso.

MU — *Sobre o seu interesse em matemática: no começo teoria das valorizações, depois estruturas algébricas ordenadas, mas já em 58 você tinha interesse por teoria dos números...*

PR — Bom, valorizações é teoria dos números.

MU — *... você organizou uma série de seminários sobre teoria dos números...*

PR — É verdade, eu queria conhecer tudo isso. Mas ali é mais a teoria dos números algébricos.

MU — *E teoria analítica dos números?*

PR — Fui entrando na analítica através do Teorema de Dirichlet, que diz que toda progressão aritmética com termo inicial e diferença primos entre si contém infinitos primos. Pouco a pouco, como eu escutava falar

muito disso, e principalmente na minha universidade com Maruti Ram Murty, mas antes, já em Paris, com Waldschmidt, todo esse pessoal, fui me interessando, pouco a pouco. Mas só agora que eu estou trabalhando em coisas de teoria analítica dos números.

MU — *Mas nesses seminários de teoria dos números de 58 um dos tópicos foi o Teorema de Dirichlet, já nessa época.*

PR — Sim, já nessa época. O teorema tem uma origem algébrica mas ele usa métodos analíticos. Há muitos outros problemas também, mas quando Dirichlet fez isso foi um passo de gigante. Ele usou métodos analíticos, séries L , aquela coisa toda, representações de grupo. É muito, muito interessante. E aquilo é a base de tanto desenvolvimento! Mas há outros problemas lá. Saber quantos são os números primos até você chegar a um número x . Quantos são os primos daquela forma até x ? É uma coisa que tem que ver com o teorema dos números primos²⁶, e a proporção é $1/\phi(n)$, onde n é a diferença consecutiva dos termos da progressão²⁷. Outro problema, mais difícil ainda, é saber onde está o primeiro número primo na progressão, a que distância se espera o primeiro. Isso é ainda mais difícil. Mas tudo isso já é bem estudado e eu conheço só um pouquinho sobre isso.

MU — *Isso norteou sua pesquisa ou não?*

PR — Eu não trabalho realmente sobre isso, é muito difícil, mas eu tenho que conhecer. Eu faço “casquinhas”.

MU — *Você já trabalhou em vários temas distintos: além dos mencionados, houve o tema das generalizações e variantes do 17o Problema de Hilbert, os espaços ultramétricos, os corpos pitagóricos, ...*

PR — Sim, o 17o problema de Hilbert, é geometria algébrica real.

MU — *... como surgem seus interesses em pesquisa?*

PR — É difícil dizer. Você está com a mente aberta e

²⁶ Que estabelece a estimativa para $\pi(n)$, o número de primos menores ou iguais a n , como sendo da ordem de $n/\log n$.

²⁷ $\phi(n)$ é a quantidade de números menores do que n relativamente primos com n .

você vê alguém falando sobre alguma coisa, você pega o interesse. Eu também trabalhei sobre uma coisa que as pessoas não conhecem, ou conhecem pouco, na teoria de grupos, é a localização de grupos, resolver equações em grupos. Isso é muito importante em topologia algébrica. Trabalhei muito nisso e publiquei um longo artigo em duas partes, a primeira nas *Atti della Accademia Nazionale dei Lincei* ([18]) e a segunda na *Portugaliae Mathematica* ([19]), e depois outras coisas em outras revistas. Porque é interessante isso, ainda tenho mais para fazer mas não tenho tempo no momento. É um negócio que vem com topologia algébrica, com os grupos fundamentais, coisas desse tipo. Como isso apareceu? Um dos colegas veio do Québec, fez uma conferência, eu achei interessante, tive uma ideia naquela hora e resolvi trabalhar.

MU — *Então você mantém a mente aberta para vários problemas, não focaliza em um mesmo assunto?*

PR — Tenho meus favoritos, mas eu não fico só de olho neles. Agora, por exemplo, eu quero fazer muitas coisas, mas não posso antes de terminar o livro. Porque já estamos nesse livro há quase dez anos, é um livro de pesquisa muito complicado. Então a gente tem que fazer bem. Como quando da criação da topologia, no começo havia muitas ideias, como se define, quais são os conceitos fundamentais, interior, fecho, é isso, é aquilo, e a gente tem problemas semelhantes de definição dos conceitos. E botar tudo aquilo, construir um pequeno edifício, com uma coisa em cima da outra... problemas de completamento, é muito complicado tudo isso. Então nós temos que fazer com muito cuidado.

MU — *E aquela carta do Dieudonné, que publicaremos neste mesmo número da revista, que influência ela teve em sua carreira?*

PR — Muita não. Aquilo é muito difícil. Eu tinha escrito que era para organizar um seminário comum com os colegas. Porque eu conheço algumas coisas mas não tenho a autoridade que Dieudonné tem. Daí eu lhe pedi orientação e ele me escreveu essa carta. Durante um certo tempo nós fizemos um seminário em conjunto e todo mundo ia lá, tinha de 10 a 15 pessoas. Mas, você

sabe como é, cada um tem seu ensino, cada um tem sua família, cada um tem suas pesquisas para fazer, para poder mostrar que está fazendo algo. Depois de uma certa idade não se tem muita vontade de investir muitos anos de trabalho num assunto. De maneira que pouco a pouco o seminário foi desaparecendo. Embora tenha havido muitos seminários em conjunto...

MU — *Quanto tempo isso durou, mais ou menos?*

PR — Comigo mesmo um ano mais ou menos, mas continuou em outras direções. Havia seminários conjuntos, depois de geometria aritmética, muitos seminários, e o pessoal ia mesmo. Distribuíamos, 'um faz isso, aquele faz aquilo, você tem dois meses', era bem interessante. Mas aquele programa... fizemos muito sobre formas modulares. Eu pude aprender. A gente aprende a escutar também. Sem mesmo trabalhar muito sobre o assunto. É cultura matemática.

MU — *Saindo um pouco da matemática, hoje mesmo você mencionou mais de uma vez seu interesse por música. E na sua primeira viagem à Europa você menciona ter ido ao Festival de Bach em Strasbourg, o Festival de Mozart em Salzburg, você poderia comentar isso? E artes em geral, museus, pinturas?*

PR — Sim, pinturas enquanto eu podia ver. Eu acho que todos vocês têm algum interesse além da matemática para que suas vidas fiquem interessantes em outras dimensões. Bom, eu estudava piano em casa, eu gostava de música. Depois gostei muito de música, muitíssimo, então, estando na França... Eu já ia a muitos concertos por aqui, mas tendo um festival de Bach, justamente em Strasbourg, que é vizinho a Nancy, é claro que me interessou muito. Fui a esse, depois fui a outros. Mesmo Grothendieck, você [Alberto] escreve [no artigo da MU44], mas não estou de acordo com o que Chaim disse não. Eu falei muito de música com Grothendieck, porque eu não podia falar de matemática, ele estava tão acima! Ele dizia que via que eu gostava de música e que também gostaria de estudar piano, ele que me disse. Eu disse 'por que você não estuda?', pegue uma professora, alugue um piano', ele me dizia, 'é, mas você está vendo, se eu for alugar um piano eles nunca vão me alugar,

porque não tenho uma cara assim como você! Alugue para mim!'. Eu fui, aluguei para ele e o piano foi para o quarto dele. Mas ele estudava matemática o dia inteiro e à meia-noite ia tocar piano, a horas impróprias, digamos, e então tinha que trocar de quarto por causa disso. E fez muitas trocas de quarto. Mas ele não era como Chaim disse ou como ele disse ao Chaim. Eu não estou duvidando do Chaim não, eu estou duvidando dele. Eu vi o Grothendieck todo o tempo, ele nunca me disse que teria gostado de ser músico em vez de ser matemático. Ele teria me dito isso. Nós fomos a tantos concertos juntos, trocamos muitas confidências, eu duvido. Ele estudava sozinho, não queria professor. Eu nunca escutei ele tocando. Acho que ele tinha *vontade de ter tido vontade* de estudar.

MU — *Tem-se escrito muita coisa sobre o Grothendieck com declarações contraditórias da parte dele, dependendo do interlocutor. Nessa chuva de matérias sobre a vida do Grothendieck evidentemente as coisas começam a se embaralhar.*

PR — Mas é garantido que num certo momento da vida dele... eu cheguei lá a partir de 1950, de junho até minha partida, em 1952, ele era meu amigo e eu era o amigo dele mais próximo. Eu ia na casa dele, ele ia passear comigo, depois com minha mulher junto. Eu andava de bicicleta até longe, eu ia a concertos com ele em quantidade, nós éramos muito amigos. Mas na matemática ele estava muito acima. Assim mesmo ele me ensinou uma coisa ou duas, ele me ensinou um teorema de Stone de representação de álgebras de Boole, coisas que para mim hoje são muito fáceis, mas na hora não sabia ainda. Ele era muito bom, ele estava num outro nível. Eu ia sempre com ele, eu conhecia a mãe dele, falávamos muito de cinema, de literatura. Um pouco menos de política, ele via que eu não era politicamente conforme a ele, era de outro nível econômico, digamos, embora minhas ideias fossem semelhantes. Então tudo o que o pessoal diz... ele mesmo, uma pessoa pode dizer coisas sobre si mesmo que são produto da imaginação. Eu não estou duvidando do Chaim, ele deve ter dito isso ao Chaim, mas não é verdade.

MU — *E pintura, você alguma vez se aventurou a ser pin-*

tor?

PR — Não, eu só pinto o sete! Não, nada disso, mas pintura é uma outra arte em que, você estando na Europa, na França, e mesmo já no Brasil, quando havia exposições interessantes, Portinari, Di Cavalcanti, eu ia olhar essas coisas. A gente vê em livros, se interessa. Mas agora é uma coisa que me faz muita falta, porque eu tenho muitas pinturas, e tive mais até ser roubado, e eu não posso nem ver o que está lá, só vejo a moldura!

MU — Desde quando você não consegue ver?

PR — Ah, pouco a pouco está cada vez pior. Há bem uns 8 ou 10 anos que eu não dirijo, e já não consigo ler nada, se você me disser que tem barba eu digo 'tem!', se você disser que não tem, eu digo 'não tem!'. Eu descobri só outro dia que Lula tem barba! É a pura verdade!²⁸

MU — Você tem fama de ter conhecido pessoalmente muitos matemáticos famosos. É verdade que houve certa vez um seminário no IMPA para você contar suas experiências, em que as pessoas falavam 'Fulano de Tal, fale aí alguma coisa sobre ele!'

PR — Não, não foi bem assim. Mas foi aqui no IMPA nesta mesma sala que eu estava dizendo a não sei quem que era uma pena que os jovens de hoje em dia tivessem um tal distanciamento, que houvesse um tal hiato histórico entre o que eles veem hoje e a matemática clássica. Nós somos todos herdeiros da matemática clássica! Todas as ideias que nós temos hoje em dia, por mais modernas que sejam, por mais que sejam sofisticadas, no fim, quando você olha bem, já estavam lá, no clássico. Só que a gente esqueceu. Os nomes também. Tantos matemáticos clássicos, tão importantes! Então, com a minha idade, resolvemos falar um pouco sobre as pessoas daquele tempo. Aí me pediram para falar sobre Grothendieck e foi anunciado que eu ia falar, aqui mesmo. Encheu de gente. O que eu disse não foi nada de tão inteligente, mas coisas de todo dia, as fofocas, as coisas que eu estou contando, e um pouco mais...

²⁸ Ribenboim demonstrou aos entrevistadores, após a entrevista, que ainda pode *subir* uma escada correndo, porque pode ver o jogo de sombras, embora tenha precisado de ajuda para *descer* a mesma escada.

MU — Foi apenas sobre Grothendieck?

PR — Bom, aí aparecem os outros, me perguntaram sobre Dieudonné, Schwartz etc.

MU — Há pouco, no nosso intervalo para tomar café, você nos deu uma descrição de Dieudonné que nós gostaríamos de partilhar com os leitores da revista. Você pode repeti-la?

PR — Posso, posso. Como eu disse, o Dieudonné, com quem eu estava em contato por carta, me recebeu muito bem quando eu bati na porta dele, dizendo que eu queria estudar com ele. E ele, um perfeito gentleman, me disse, 'pois bem, você virá aqui toda sexta-feira às 5 horas, eu lhe receberei e nós nos falaremos'. Ele me perguntou o que eu sabia, o que me interessava. Eu disse que estava estudando teoria dos reticulados, Birkhoff, ele me disse para esquecer isso e estudar Bourbaki. Aí eu peguei o Bourbaki, eu não me lembro se ele deu o dele ou se eu já tinha, eu comecei por álgebra, e comecei a estudar aquilo. Bourbaki não era muito fácil, era muito hermético, opaco, mas bem feito. Então ele me recebia muito bem, eu fazia perguntas e tudo o mais.

Ele dava uma outra impressão nos seminários e em todas as atividades, como homem muito imponente, grande, que falava grosso, que batia na mesa, que tinha opiniões, que gritava mesmo, que intimidava todo mundo, mas no fundo ele tinha uma alma muito sensível. Porque em casa ele tocava piano, ele me chamava para escutar Fauré. Eu havia comprado para ele as obras para piano de Fauré, dei de presente. Fauré é muito bonito, muito francês, tem muita fineza naquilo. Ele cantava também, não tão bem, mas se acompanhava no piano. Gostava naturalmente de ir aos concertos, era amigo, por exemplo, do maestro Marcel Dautremere. Cada roda dele fora do ambiente da matemática era com gente de muita cultura, ia ao teatro, e assim por diante. Mas ao mesmo tempo tinha opiniões...

Por exemplo, quando ele foi ao Canadá a meu convite e foi à minha casa, viu uma coleção de Dostoiévski acima da lareira e disse 'jogue isso tudo na lareira!'. Para ele aquilo não era clássico: ia para os crimes, para uma análise psicológica. Não era para ele, não gostava. Se você falasse Flaubert, Maupassant, tudo isso era bom. Mas Dostoiévski não. Então ele tinha essas

opiniões muito fortes. Na mesa, quando discutia com os outros professores, ele contestava, batia na mesa e fazia muito medo às pessoas. Em seminários, quando não estava de acordo, pobre de quem estava fazendo a conferência! Eu vi isso no Canadá. De maneira que ele tinha essas opiniões muito fortes, chamavam-no de “gendarme” (policial) de Bourbaki.

MU — *Por outro lado, conta-se que, no tempo em que Dieudonné e Weil estavam juntos em São Paulo, em 46, quando ele expunha e o Weil fazia alguma interferência, ele se apressava em ir atrás do erro que poderia ter cometido! Ele aparentemente tinha medo do Weil!*

PR — Sim, tinha medo. Tem galinheiro com galo que manda em galo! Weil mandava no Diedonné. Ele tinha uma admiração sem limites pelo Weil. Todos os Bourbaki admiravam Weil, muito.

MU — *Mudando um pouco de assunto, foi um sinal de reconhecimento, além de outras honrarias que você já recebeu, o prêmio que leva seu nome, dado pela Canadian Number Theory Association. Como foi isso?*

PR — É verdade. Eu fiquei muito contente. Como foi eu não sei, porque no Canadá você não faz nada diretamente. Não é como em outros países, mesmo na França, em que se você quer entrar na Academia então você tem que visitar acadêmicos. No Canadá você não sabe: um dia recebe, é secreto. Eles não dizem, são muito reservados. Alguém propõe, alguém decide, e um dia você recebe. Um dia recebi um telefonema de um dos membros: é uma associação que não tem existência legal, é só entre amigos. Um de meus colegas, Cameron Stewart, me telefonou de Waterloo e disse ‘você não ficaria chateado em ter seu nome para um prêmio que queremos criar?’, eu disse ‘claro que não!’, e ele deu o nome. Esse prêmio é bom. Eu nunca interfiro. Nunca indico um nome, de ninguém, nem participo da escolha. Estou fora disso. Quem escolhe é o comitê, que organiza o encontro que ocorre a cada dois anos. Eles que escolhem. Escolhem um matemático que não fez o doutorado há mais de 12 anos. E que trabalha no Canadá ou que é canadense. E tem sido assim. O primeiro foi o Andrew Granville, eu fiquei muito contente, foi em

1999. Depois veio Henri Darmon, são todos matemáticos da mais alta qualidade, reconhecidos no mundo inteiro. Depois, Michael Bennett, de teoria de equações diofantinas, Vinayak Vatsal, da University British Columbia, e o último foi Adrian Iovita.

MU — *E você sempre está presente nas premiações?*

PR — Faltei a apenas uma. Eles me pedem para dar uma placa, uma medalha bonita. Não tem dinheiro naquilo, é o prestígio. Aí eu falo uns três minutos, canadense não gosta muito de discurso. Faço um discurso simpático, para todo mundo rir, coisas desse tipo. O mais difícil é fazer esse discurso. Agora, uma coisa que eu pedi a todo mundo é que se não tiver candidato à altura que não deem o prêmio. Porque esse prêmio é muito prestigioso. Realmente, quem recebe fica contentíssimo. E eu fiquei contente, naturalmente, de terem colocado meu nome lá.

MU — *Na sua relação de livros de divulgação, dali resultou alguma linha de pesquisa? Você teve como retorno daquele levantamento todo alguma atividade criadora, nova matemática?*

PR — Pouco, um pouquinho, sempre tem uma sobra, mas não é da importância desses resultados. É claro que ali eu me interessei muito mais e aprendi muita coisa sobre equações diofantinas, e tenho tido trabalhos sobre isso. Alguns deles já ficaram obsoletos por causa da resolução do UTF. Mas é a tal história, você não faz só para fazer pesquisa, você faz para divulgar e para ensinar. Nós somos professores também, e um professor não é só professor com os alunos que estão a cinco metros, a dez metros, a quinze metros, você tem que ensinar escrevendo livros. Por exemplo, eu tenho esse livro “My numbers, my friends” ([33]), são conferências que eu fiz durante a minha vida, são tópicos variados em números. Acho que tem duas sobre números de Fibonacci, e outras coisas semelhantes. Eu acho que são muito interessantes, todo mundo gosta. São muito boas para a pessoa estudar e aprender logo o que existe. Tem uma sobre a obra de Gauss em formas quadráticas, não é tão fácil de encontrar isso, só em livros grandes. Ali está resumido em umas 50 páginas

somente. Uma outra que se chama “Que tipo de número é $\sqrt{2}^{\sqrt{2}}$?”. É sobre números transcendentos, também grande. Você pode aprender, é uma maneira de entrar nos assuntos vendo o que há de mais importante. E tem várias outras, por exemplo, sobre aquele polinômio de Euler, $x^2 + x + 41$. Eu aprendi com Serre, ele sempre ensina muito bem. Uma vez estávamos comendo perto do Collège de France, com um pedacinho de papel ele perguntou ‘você sabia disso? $x^2 + x + 41$, se você coloca $x = 0$ dá primo, se você coloca $x = 1$ dá primo, $x = 2$ dá primo, até $x = 39$ dá primo, é o máximo que é possível’. Isso foi descoberto por Euler, mas qual é a razão? A razão é muito mais profunda, tem a ver com números de classe de ideais de corpos quadráticos imaginários, ele me explicou tudo isso. Ele me explicou em alguns minutos e aí eu fiz um esforço de aprender, estudar e escrever. São coisas assim que estão nas minhas conferências. Isso me interessou por causa dos números de classe de ideais, aqueles cálculos desses números. Você estuda um assunto que é de importância, mesmo que não faça pesquisa naquilo.

MU — *E esse estudo você sempre acaba transformando em algum tipo de texto?*

PR — Pois é, nesse caso foi, eu tinha muitos textos. Há um artigo chamado “Galimatias arithmeticae” ([32])²⁹, tudo brincadeira. Na minha aposentadoria com 65 anos eu disse ‘quais foram os números importantes na minha vida?’. Aí eu dizia coisas sobre cada um desses números. De brincadeira, mas coisas variadas. Tem um chamado 1093, isso é o título, o número 1093 é importante, tem muita coisa que gira em torno disso. Tem outros sobre por que não há fórmulas interessantes sobre o n -ésimo número primo, coisas desse tipo. É uma mistura de coisas, você pode ler um sem ler os outros, até o fim. Outro chama-se “Vendendo números primos”³⁰. Durante toda a minha vida fiz muitas conferên-

²⁹ Uma brincadeira com “Disquisitiones arithmeticae”, célebre livro de Gauss. *Galimatiae* tem o sentido de “conversa fiada”. Ribenboim criou esse texto para o colóquio em homenagem aos 60 anos de Sybilla Priess-Crampe, sua colaboradora, em 1994, que depois foi publicado no *Mathematics Magazine*, publicação da Mathematical Association of America.

³⁰ Publicado também na Matemática Universitária ([31]).

cias desse tipo (além dos seminários, é claro), como eu vou fazer “Matemática horizontal”, na segunda-feira, na UFRJ. Viram textos em alguns casos e me serviram nesse sentido de me dar uma certa substância matemática. E também eu gosto, todo mundo gosta dessas coisas. Para mim, quando as pessoas forem muito educadas, escutar a uma conferência matemática será igual a ir a um concerto. Você vai a um concerto e vê o violonista tocando aquela música que já conhece, ele toca bem, você aprecia. Vai a um seminário desse tipo, de matemática, você escuta coisas que já conhece, se forem ditas de um jeito bonitinho você aprecia, é um prazer estético. Quando houver mais educação matemática haverá mais gente assistindo a esse tipo de conferência, pelo prazer estético. Porque a matemática não é só uma ciência, é uma arte também.

Voltando a falar sobre Serre, que eu admiro muito (eu não conheço quase nada do que ele faz, é tão forte, mas admiro muito as posturas dele). Alguém estava contando que ele escuta e diz ‘é tão bonito que deve ser verdade’. Porque ele pensa, como eu também penso, que quando você faz um assunto, mesmo em teoria dos números ou o que seja, se você entendeu aquilo muito bem, ele está bem vestido, fica bonito. Você tira fora tudo aquilo que é supérfluo e aí fica realmente bonito. Essa beleza, essa estética, vêm de uma compreensão profunda. Eu sempre faço o esforço de poder compreender. Nem sempre se compreende, as primeiras vezes em que se fazem as coisas não são as melhores. Às vezes se tem uma compreensão melhor posteriormente, essa é a resposta para você.

MU — *O livro “Álgebra Comutativa” do Samuel com o Zariski ([41, 42]), na primeira introdução, tem a história de um julgamento³¹ em que o juiz diz para o acusado, ‘tente ser breve!’, e o acusado diz ‘eu tentarei ser claro!’.*

PR — Mas esse livro, que é muito interessante e muito bom, é um pouco prolixo, também. Eu aprendi de Grothendieck: ‘não escreva mais do que você deve se não vai escrever besteira’. Ele escrevia de menos, na minha opinião. Tem que saber escrever a quantidade

³¹ Tirado de uma peça do romancista e dramaturgo francês Georges Courteline.

justa, nem demais, saindo fora das ideias-chave, nem de menos, senão você não pode transmitir. Essa é a coisa difícil. E aquele livro eu acho um pouco prolixo, mas é um bom livro, assim mesmo.

MU — *O primeiro volume do livro só fica mais denso de resultados no final...*

PR — Bom, você quer desenvolver um assunto, digamos valorizações, ou o que seja, quando você olha no final, “you rest your case”, como se diz, termina de ler aquilo tudo, você diz ‘o que é que eu aprendi?’, e pensa: ‘tem 3 ou 4 teoremas!’. E percebe que todo o resto é preparação para explicar aqueles poucos teoremas. Com poucas ideias, em geral. Tem muita preparação, muita linguagem que tem que ser desenvolvida, e não é um processo exato, não é rigoroso. Tem que fazer tudo isso, mas realmente os grandes teoremas... Por exemplo, não sei se é grande teorema, mas quando eu falei com vocês sobre o teorema de ponto fixo [em conversa anterior à entrevista, sobre os trabalhos em espaços ultramétricos] eu não disse nada do que está por trás. Mas tem que escrever muita coisa para justificar tudo o que está sendo demonstrado, mesmo com uma ideia que é tão simples.

MU — *E dentro desse espírito de divulgador você prestigiou bastante as revistas brasileiras, a própria Matemática Universitária, com 4 artigos...*

PR — Se algum dia eu não ficar mais prisioneiro dos livros que estou fazendo eu gostaria de fazer de novo. Mas no momento eu não posso, tenho que terminar esse livro.

MU — *Achamos que você publicou em praticamente em todos os periódicos brasileiros de matemática que existiram durante sua vida.*

PR — É possível.

MU — *Você publicou na Summa Brasiliensis, no Boletim da Sociedade Matemática de São Paulo, nos Anais da Academia Brasileira de Ciências, nas Notas de Matemática, no Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática...*

PR — É verdade, traduziram uma coisa...

MU — *... no Boletim da Sociedade Brasileira de Matemática, na Matemática Universitária..., bem uns 7 ou 8.*

PR — Isso mesmo.

MU — *Você está passando três meses aqui no Rio. Tem sido periódica sua visita?*

PR — Tem sido nos últimos anos, todos os anos, uns 4 ou 5 anos seguidos. Eu vinha antes também, mas depois o meu irmão mais velho faleceu, eu ficava muito triste de vir aqui sem ele. Depois de alguns anos a coisa vai passando, aí voltei. Minha mulher gosta muito daqui, eu também, é claro. E eu vejo que estando aqui eu posso servir a alguma coisa, enquanto que no Canadá já fiz a minha parte. Agora tem gente à beça lá fazendo coisas que eu nem entendo, o fruto deu muito bem lá. O Canadá é um exemplo muito bom para seguir, tem uma escola de teoria dos números, das melhores do mundo, tem gente muito boa, não só o Andrew Granville, tem Henri Darmon, tem David Boyd, Michael Bennett, John Friedlander, Cameron Stewart, Maruti Ram Murty, Vijaya Kumar Murty,...

MU — *Mas existe alguma intenção de detectar ou formar pessoas em teoria dos números aqui no Brasil, já que aqui não haveria uma escola na área?*

PR — Essa é a ideia de quem está me convidando... é lançar uma semente. Por isso é que eu faço esse curso, que é bem baixinho, mas é para lançar sementes.

MU — *Quem lhe convida?*

PR — Primeiro era o Arnaldo Garcia que se ocupava disso. Mas acho que era uma ideia que já estava boiando. Arnaldo fazia o pedido. Agora é o Gugu³². Aliás o Gugu é extremamente simpático e inteligente, ele vem me escutar no curso. Porque nós nos sentamos como agora estamos, é uma pena que vocês não possam vir. Eu sento e a gente discute. Vou muito pouco ao quadro e todo mundo fala, tem poucos alunos. Eu explico como se pensa em teoria dos números, como se pensa em matemática, em geral. É muito diferente de seguir curso. Seguir curso é importante também, mas não é

³² Carlos Gustavo Moreira, editor da *Matemática Universitária*

assim que se faz um matemático. Eu estou lançando raiz. Eles gostam, todo mundo compreende tudo, todo mundo fala quando quer, eu sou extremamente acessível. Tenho vários livros de reserva para eles lerem...

Por exemplo, eu falo sobre “casamentos” de números... quando os polinômios “se casam” com os primos: quantos valores são possíveis para polinômios com coeficientes inteiros serem primos? E aí vem o Teorema de Dirichlet, a gente discute, acha que pode, não pode, eu dou exemplos, aparecem conjecturas, perguntam ‘onde que está para ler?’, eu digo ‘está para ler em tal lugar’ ou ‘isso é difícil, não está resolvido’. Eles ficam com o sentido do que existe e onde eles podem ler. Outra: falei sobre números “vestidos” e “números nus”. Brincadeira, né? Se você me disser o quinto número primo eu sei qual é, mas esse número é vestido como 11 na base decimal e 14 na base 7. Mas é o mesmo número. De maneira que o número vestido é o número que você escreve em alguma base. E quando você estuda as propriedades dos algarismos, não são as propriedades do número coisa nenhuma, são os algarismos do número. Aí eu estava explicando tudo isso para eles, como se pode fazer problemas que Gauss diria serem de imbecis, como falei antes, e extremamente difíceis. Por exemplo, quantos números se escrevem só com algarismos 1, na base 7, e ao mesmo tempo só com algarismos 1 na base 10. Aí a gente discute, vamos ver que ele tem s algarismos na base 7, então esse número é $1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^{s-1}$, que é $7^s - 1$ dividido por 6. E a mesma coisa com 10, com t algarismos, a soma vai dar $10^t - 1$ dividido por 9. Você quer a igualdade. Simplifica 6 e 9, dá 2 e 3. De um lado você tem $3 \times 7^s - 3$, e de outro lado você tem $2 \times 10^t - 2$. Troca de lado e você fica com $3 \times 7^s - 2 \times 10^t = 1$. Tem que achar os s 's e t 's. Como se faz isso? Pode ser que tenha solução trivial ou seja muito difícil. Ainda não sabemos, estamos discutindo.

E é assim, eles vão escutando, vão tomando nota das palavras-chave. Porque eu falo, eu vou fazendo perguntas... Por exemplo, uma que eu ainda não cobrei: quantos números primos de 100 algarismos você acha que existe? Isso é uma maneira diferente de ensinar, porque para saber isso eles vão ter que conhecer a ver-

são de Chebyshev do teorema dos números primos. Eu vou explicar isso daqui a pouco, da próxima vez, vou cobrar e explicar.

MU — *E qual é o nível dos alunos?*

PR — O nível é o que eles quiserem e a presença é quando eles quiserem. É porque é um café. Eles vão quando podem. E só tem dois alunos do IMPA, às vezes um terceiro aparece. Isso é que é uma coisa triste, porque todo mundo está ocupado com cursos. O problema é que eles têm cursos para seguir, têm trabalhos para fazer. Mas eles gostam, eles querem. Outros são professores, da UERJ, da UFF, outros que vêm como curiosos.

Tem uma outra coisa: cada um tem um artigo para ler. Eu dou os artigos que eu mesmo escrevi, porque eu os conheço melhor, para também não ficar trabalhando demais. Eu botei na mesa uma quantidade de artigos. No primeiro dia eles escolhem, de acordo com seu nível. Por exemplo, um que é mais ousado pegou Teorema de Fermat sobre matrizes ou sobre quatérnios p -ádicos ([35]). Eu disse que ele teria que estudar muito, mas ele quer. Ele é um rapaz muito inteligente, ele vai poder fazer. Cada um tem o seu. Um pegou “Os números de Fibonacci e o Oceano Ártico” ([27]). Oceano Ártico porque, vocês sabem, eu moro lá no Norte, e icebergs têm uma ponta, o resto está por baixo da água, você não vê. E números de Fibonacci é uma ponta, é só um exemplo de sucessões recorrentes lineares de segunda ordem, mas tem muitas outras. Aquele artigo descreve o que se sabe sobre essas sucessões, uma coisa interessante com problemas muito difíceis. Ele vai estudar essa. Ele é um professor, ele está muito interessado, disse ‘eu não sei nada sobre isso’, e eu disse ‘que bom, é por isso que você está aqui’. ‘Pegue esse livrinho e comece, mas faça tudo, não olhe para outro, tem que fazer cada palavra desse livrinho que é fácil’.

É assim que vou trabalhando com eles. Também tem o artigo-tronco, que é um artigo de pesquisa que acabei agora, que se chama “Multiple patterns in sets of integers”: como é que você tem um conjunto de inteiros que está aqui e daqui a pouco aparece a mesma coisa, por exemplo podem ser primos com certas diferenças,

coisas desse tipo. Mas aí esse artigo, que é baseado no Princípio da Casa de Pombos de Dirichlet, que foi explicado ontem mesmo, tem vários capítulos, tem várias seções e invoca vários teoremas em teoria dos números. Tem que aprender muita coisa para poder contar o que está lá dentro. E eu explico tudo. Um perguntou: 'o que são esses números de Carmichael?'. Eu explico, dou a história, eles tomam nota, eu digo onde podem ler sobre o assunto. De maneira que quem quiser aprender, aprende. Então espero lançar umas sementes aqui. Já temos alguns em teoria dos números no Brasil, são muito bons, mas são muito poucos para o país.

MU — *O livro da Coleção Matemática Universitária, "Números primos: mistérios e recordes" ([36]), é tradução de qual livro?*

PR — Foi traduzido do francês... O livro francês é tradução do "The little book of big primes". Todos esses livros são modificados à medida que os recordes vão mudando, têm mais teoremas. Recentemente publicamos na Alemanha, "Die Welt Der Primzahlen: Geheime und Rekorde", ele apareceu e logo esgotou. Ele é melhor do que todos os outros. Eu nunca gostei de recordes, eu acho uma besteira danada, mas tem que fazer isso porque existe. Mas eu tenho agora uns ajudantes na Alemanha que colecionam esses recordes, então eles que me dão toda a indicação. O tradutor foi um matemático alemão que conhece números primos, ele é recordista, muito bom. Saiu pela Springer, agora uma nova edição vai sair. E também saiu "Meine Zahlen meine Freund". É curioso porque vende muito bem na Alemanha, muito depressa. Os alemães têm muita cultura matemática, tem gente à beça lá que conhece essas coisas, eles compram. Agora esse do Brasil está esgotado, estamos querendo fazer uma nova edição. Agora estamos procurando uma pessoa para olhar a edição brasileira e fazer umas poucas modificações nos recordes.

Esse livro já saiu 14 vezes, estou quase perdendo a conta. Eu nunca olho dentro. Só quando eu não sei, aí olho para me lembrar. Tem muita coisa que eu escrevi e já esqueci. Se você não olha, é complicado à beça.

MU — *Alguma palavra para o leitor da Matemática Universitária?*

PR — Eu quero lhes agradecer por terem vindo aqui fazer esta entrevista e pelo interesse que mostraram. Mas eu não sou profeta nem guru. É a tal história da ignorância, você tem que cultivar isso, tem que se manter humilde em face dos problemas. Assim como no começo eu tive muita dificuldade em face dos problemas, eu tenho a mesma dificuldade hoje em dia, até maior talvez. Por exemplo, eu estou num negócio que eu sei que sei fazer, vou saber fazer, há mais de um mês, talvez amanhã eu faça, é o negócio do Hensel. Porque se eu fizer é uma chave que abre muita coisa.

Precisa muita humildade, isso é que é a coisa. E os colegas, todo mundo que é matemático, tem toda a minha simpatia. Todo mundo que é honesto e faz o que pode merece toda minha simpatia. Gente que quer se aproveitar e dizer que faz coisas que não é capaz de fazer, isso não gosto. Mas gente honesta gosto. Não sou guru coisa nenhuma. Eu lhes agradeço, é o que tenho a dizer.

MU — *Muito obrigado.*

PR — Muito obrigado a vocês.

Agradecimentos. Esta entrevista foi realizada em 18 de agosto de 2009, no IMPA. Agradecemos aos funcionários do IMPA pela recepção calorosa e pela gravação da entrevista. À SBM e aos programas de pós-graduação em matemática e matemática aplicada do IME/USP agradecemos o financiamento das viagens.

Referências

- [1] ALBANESE, G. *Collected papers of Giacomo Albanese*. Edited by Ciro Ciliberto; Paulo Ribenboim; Edoardo Sernesi. Kingston: Queen's University, 1996. (Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics, 103)
- [2] CASTELNUOVO, G. *Lezioni di geometria analitica*. 16. ed. Milano: Dante Alighieri, 1969.

- [3] CHEVALLEY, C. *Theory of Lie Groups. I*. 15. ed. Princeton: Princeton University Press, 1999. (Princeton Mathematical Series, 8)
- [4] CHEVALLEY, C. *Introduction to the theory of algebraic functions of one variable*. New York: American Mathematical Society, 1951. (Mathematical Surveys, VI)
- [5] DIEUDONNÉ, J. *Teoria dos corpos comutativos*. Notas de aula por Luiz Henrique Jacy Monteiro. São Paulo: SMSP-CNPq, 1946-1958. 3 v. (Publicações da Sociedade Matemática de São Paulo)
- [6] GRANVILLE, A. Paulo Ribenboim, at the time of his retirement. In: *Advances in Number Theory*. Kingston: 1991. Oxford Science Publications. New York: Oxford University Press, 1993. p. 469–477.
- [7] HALBERSTAM, H. Book reviews. *Bulletin of the London Mathematical Society*, v. 13, p. 364–365, 1981. Resenha da obra: Ribenboim, P. 13 lectures on Fermat's last theorem. New York: Springer, 1979.
- [8] HALMOS, P. *Finite-dimensional vector spaces*. 5th printing of 1.ed. 1974. New York: Springer, 1993. (Undergraduate texts in mathematics)
- [9] HALMOS, P. *I have a photographic memory*. Providence: American Mathematical Society, 1987.
- [10] KRULL, W. *Collected papers of Wolfgang Krull*. Edited by Paulo Ribenboim. Berlin: Walter de Gruyter, 1999. 2 v.
- [11] MONTEIRO, A. Actas do Colloquium António Aniceto Monteiro on the centenary of his birth, Lisboa, 4th-5th June, 2007. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, Número Especial, [200?].
- [12] MORISHIMA, T. *Collected papers of Taro Morishima*. Edited and with a preface by Yoshikazu Karamatsu. Kingston: Queen's University, 1990. (Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics, 84)
- [13] RIBENBOIM, P. Characterization of the supplement in a distributive lattice with last element. *Summa Brasiliensis Mathematicæ*, v. 2, n. 4, p. 43–49, 1949.
- [14] RIBENBOIM, P. Modules sur un anneau de Dedekind. *Summa Brasiliensis Mathematicæ*, v. 3, p. 21–36, 1952.
- [15] RIBENBOIM, P. Sur une conjecture de Krull en théorie des valuations. *Nagoya Mathematical Journal*, v. 9, p. 87–97, 1955.
- [16] RIBENBOIM, P. *Functions, limits, and continuity*. New York: Wiley, [1964].
- [17] RIBENBOIM, P. *13 Lectures on Fermat's Last Theorem*. New York: Springer, 1979.
- [18] RIBENBOIM, P. Equations in groups, with special emphasis on localization and torsion. I. *Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Memorie. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Sezione Ia. Matematica, Meccanica, Astronomia, Geodesia e Geofisica*. Serie VIII, v. 19, n. 2, p. 23–60, 1987.
- [19] RIBENBOIM, P. Equations in groups, with special emphasis on localization and torsion. II. *Portugalia Mathematica*, v. 44, n. 4, p. 417–445, 1987.
- [20] RIBENBOIM, P. *The book of prime number records*. New York: Springer, 1988.
- [21] RIBENBOIM, P. *The book of prime number records*. 2. ed. New York: Springer, 1989.
- [22] RIBENBOIM, P. *The little book of big primes*. New York: Springer, 1991.
- [23] RIBENBOIM, P. Os recordes dos números primos. *Matemática Universitária*, n. 14, p. 29–46, 1992.
- [24] RIBENBOIM, P. Existem funções que geram os números primos? *Matemática Universitária*, n. 15, p. 1–12, 1993.
- [25] RIBENBOIM, P. *Nombres premiers: mystères et records*. Paris: Presses Universitaires de France, 1994. (Mathématiques)

- [26] RIBENBOIM, P. *Catalan's conjecture. Are 8 and 9 the only consecutive powers?* Boston: Academic Press, 1994.
- [27] RIBENBOIM, P. The Fibonacci numbers and the Arctic Ocean. In: GAUSS SYMPOSIUM, 2, Conference A: Mathematics and Theoretical Physics, Munich, 1993. *Proceedings*. Berlin: Walter de Gruyter, 1995. p. 41–83.
- [28] RIBENBOIM, P. *Career up to 1995*. Kingston: Queen's University, 1995.
- [29] RIBENBOIM, P. *The new book of prime number records*. New York: Springer, 1996.
- [30] RIBENBOIM, P. A Conjectura de Catalan. *Matemática Universitária*, ns. 20/21, p. 3–16, 1996.
- [31] RIBENBOIM, P. Vendendo primos. *Matemática Universitária*, ns. 22/23, p. 1–13, 1997.
- [32] RIBENBOIM, P. Galimatias arithmeticae. *Mathematics Magazine*, v. 71, n. 5, p. 331–340, 1998.
- [33] RIBENBOIM, P. *My numbers, my friends. Popular lectures on number theory*. New York: Springer, 2000.
- [34] RIBENBOIM, P. *The little book of bigger primes*. 2. ed. New York: Springer, 2004.
- [35] RIBENBOIM, P. Fermat's equation for matrices or quaternions over q -adic fields. *Acta Arithmetica*, v. 113, n. 3, p. 241–250, 2004.
- [36] RIBENBOIM, P. *Números primos: mistérios e recordes*. Rio de Janeiro: IMPA, 2001. (Coleção Matemática Universitária)
- [37] RIBENBOIM, P. *Collected papers of Paulo Ribenboim*. Edited by Paulo Ribenboim. Kingston: Queen's University, 1998. 7 v. (Queen's Papers in Pure & Applied Mathematics, 104)
- [38] SAMUEL, P. *Collected papers of Pierre Samuel*. Edited by Paulo Ribenboim and Albert John Coleman. Kingston: Queen's University, 1995. 2 v. (Queen's Papers in Pure & Applied Mathematics, 99)
- [39] SEVERI, F. *Lezioni di Analisi*. Bologna: Nicola Zanichelli, 1933–1951. 3 v.
- [40] THAINE, F. Polynomials generalizing binomial coefficients and their application to the study of Fermat's last theorem. *Journal of Number Theory*, v. 15, p. 304–317, 1982.
- [41] ZARISKI, O.; SAMUEL, P. *Commutative algebra. I*. With the cooperation of I. S. Cohen. Corrected reprinting of the 1958 edition. New York: Springer, 1975. (Graduate Texts in Mathematics, 28)
- [42] ZARISKI, O.; SAMUEL, P. *Commutative algebra. II*. Reprint of the 1960 edition. New York: Springer, 1975. (Graduate Texts in Mathematics, 29)