

Cada questão vale dois pontos. Sua nota será a soma das CINCO melhores questões

1. Considere as funções:

$$f(x) = 1 - x \text{ e } g(x) = \frac{x^3 + 1}{2}$$

Encontre numericamente a única solução da equação

$$f(x) = g(x) \quad (1)$$

2. Resolva o sistema linear abaixo usando o método da eliminação de Gauss com pivotação.

$$y + 2z = 4 \quad (2)$$

$$x + 2y - z = -6 \quad (3)$$

$$2x - y + 3z = 13 \quad (4)$$

3. Uma matriz, A , admite uma decomposição em fatores LU onde a matriz triangular superior U é

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Sabendo ainda que a solução do sistema linear

$$A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (5)$$

é $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, 1)$, encontre uma matriz triangular inferior, L da decomposição e uma matriz A que satisfaça as condições acima.

4. Faça a tabela de diferenças divididas e ache o polinômio interpolador na forma de Newton da seguinte tabela 1.

$$\begin{array}{c|cccccc} x & -4 & -2 & 1 & 2 & 5 \\ \hline y & 11 & 1 & 1 & 5 & 29 \end{array}$$

Tabela 1: Questão 5

5. Com relação à tabela 2, achar uma família, $p_1(x), p_2(x), p_3(x)$ de três polinômios ortogonais de grau menor ou igual a dois. Em seguida, encontrar o polinômio de grau menor ou igual a dois que se ajuste a tabela pelo método dos mínimos quadrados.

$$\begin{array}{c|ccc} x & -1 & 0 & 2 \\ \hline y & 1 & 1 & 5 \end{array}$$

Tabela 2: Questão 3

6. Quantas vezes devemos repetir o método de Simpson para obtermos a integral

$$\int_0^2 e^x dx$$

com um erro absoluto menos ou igual a $1/10000$?