Lista de exercícios de MAP2321 $\boxed{7}$

1. Verifique se é observável o sistema linear:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + x(t) &= u(t) \qquad (1) \\ y(t) &= x(t) \qquad (2) \end{aligned}$$

2. Calcule a matriz de observabilidade do sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

Verifique se o sistema é observável. Verifique se é controlável.

3. Considere o seguinte sistema de controle linear:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t) - y(t) \qquad (3) \\ y(t) &= x(t) + y(t) + u(t) \qquad (4) \\ & \qquad (5) \\ z(t) &= x(t) + y(t) \qquad (6) \end{aligned}$$

onde $z(t)$ é a saída observada do sistema.

a: Ache a solução livre ($u(t) = 0$) do sistema no espaço de estados com as condições iniciais $x(0) = 1$ e $y(0) = 2$.

b: Verifique se o sistema é controlável.

c: Verifique se o sistema é observável.

4. Dê um exemplo de um sistema linear que não seja controlável mas seja observável.

5. Verifique se o polinômio $p(\lambda) = \lambda^4 + 2\lambda^3 + 9\lambda^2 + \lambda + 4$ é estável.

6. Mostre que um polinômio de grau 3 $p(\lambda) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$ é estável se e somente se $a_i > 0$ e $a_1 a_2 > a_3$.

7. Mostre que se um par (A, C), com $A \in M_{nxn}$ e $C \in M_{pxn}$, é observável então para todo $k \in \mathbb{N}$ temos que $\mathrm{Ker}(CA^k) = 0$.