Lista de exercícios de MAP2321 $\boxed{6}$

1. Considere o sistema de controle linear invariante no tempo:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1}$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ e $\mathcal{U}$ são as funções $u : [0, \infty] \to \mathbb{R}^m$ localmente integráveis. Se

$$\mathcal{A}(0,t) = \{ \int_0^t \exp((t-s)A)Bu(s)ds : u \in \mathcal{U} \} \tag{2}$$

mostre que se $t_1 < t_2$ então $\mathcal{A}(0,t_1) \subset \mathcal{A}(0,t_2)$

2. Mostre que se para $s < t$ tivermos

$$\mathcal{A}(0,s) = \mathcal{A}(0,t) \tag{3}$$

então $\mathcal{A}(0,s) = \mathcal{A}(0,\tau)$ para todo $\tau > s$.

3. Calcule uma inversa à direita da matriz

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \tag{4}$$

4. Sejam $A \in M_{nxn}$ e $B \in M_{nxm}$. Considere a aplicação linear de $l_n : \mathbb{R}^{nm} \to \mathbb{R}^n$ definida por

$$l_n(u_0, \ldots, u_{n-1}) = \sum_{j=0}^{n-1} A^j B u_j \tag{5}$$

Mostre que a imagem de l_n é o menor subespaço de $\mathbb{R}^n$ invariante por A que contém a imagem de B.

5. Sejam as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

e

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ e } B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

verifique a controlabilidade dos pares (A, B_1) e (A, B_2).