Lista de exercícios de MAP2321 $\boxed{2}$

1. Ache a parte real e imaginária das seguintes funções:

$$f(z) = z/(1+z) \tag{1}$$
$$f(z) = 2z^3 - 3z \tag{2}$$
$$f(z) = z^2 + 4z - 1 \tag{3}$$

2. Verifique se são analíticas as funções:

$$f(z) = z + (1/z) \tag{4}$$
$$f(z) = z - \bar{z} \tag{5}$$
$$f(z) = \mathrm{e}^x(\sin(y) - i\cos(y)) \tag{6}$$

3. Ache a integral das seguintes funções sobre a circunferência unitária parametrizada no sentido anti-horário.

$$f(z) = |z| \tag{7}$$
$$f(z) = 1/(2z-5) \tag{8}$$
$$f(z) = 1/(z^2+2) \tag{9}$$

4. Mostre que $f(z) = z\bar{z} = |z|^2$ só é diferenciável no 0.
5. Mostre que as seguintes funções são harmônicas e encontre uma função conjungada $u(x,y)$ ou $v(x,y)$, conforme o caso, tal que $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ seja analítica.

$$v(x,y) = 2xy + 2y \tag{10}$$
$$u(x,y) = \log(x^2+y^2) \tag{11}$$

6. Expandir cada uma das funções abaixo em série de Laurent em torno do zero, e identifique o raio de convergência.

$$f(z) = \mathrm{e}^z/z^2 \tag{12}$$
$$f(z) = 1/(z^3(z-1)) \tag{13}$$
$$f(z) = z\cos(1/z) \tag{14}$$

7. Ache a integral das seguintes funções sobre a circunferência unitária parametrizada no sentido anti-horário.

$$f(z) = \mathrm{e}^{1/z} \tag{15}$$
$$f(z) = \sin(\pi z)/z^6 \tag{16}$$
$$f(z) = 15z + 9/(z^3 - 9z) \tag{17}$$