1. Achar o desenvolvimento em série de Laurent de

$$f(z) = \frac{2z}{z^2 + 2z + 5}$$

em torno de suas singularidades.

2. Achar os resíduos nos pólos das seguintes funções:

$$\text{a) } f(z) = \frac{2z}{z^3 + z^2 - 2} \quad \text{b) } f(z) = \frac{\sin(z)}{(z-4)^3 z^2}$$

3. Calcular $\int_\Gamma f(z)dz$ quando:

$$f(z) = \frac{1}{z^4 + 1} \text{ e } \Gamma(t) = \begin{cases} t & \text{se} \quad t \in [-2, 2] \\ 2e^{2\pi i\left(\frac{t-2}{2}\right)} & \text{se} \quad t \in [2, 3] \end{cases}$$

e quando

$$f(z) = \frac{z+1}{\sin(2z)} \text{ e } \Gamma(t) = 5e^{2\pi i t}, t \in [0, 1]$$

4. Quantos zeros de $p(z) = z^8 - 4z^5 + z^2 - 1$ tem módulo estritamente menor que 1.

5. Dê uma prova do teorema fundamental da álgebra usando o teorema de Rouché.

6. Mostre, usando o teorema de Rouché que $P(z) = z^5 + 3z^2 - 1$ tem dois zeros no círculo unitário $|z| < 1$.

7. Dado o polinômio $p(z) = z^{11} + 7z^5 + 3z^2 - 17$ encontre um número $M > 0$, tal que todas as raizes de $p(z)$ fiquem no círculo de raio M. Tente fazer com que esse M seja o menos possível.