1. No sistema de controle $\dot{x} = Ax + Bu$, verifique a controlabilidade do sistema quando:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Achar a matriz de controlabilidade do sistema:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \tag{1}$$

3. Mostre que o sistema de controle (não linear)

$$\ddot{x}(t) + u(t)\dot{x}(t) + x(t) = 0 \tag{2}$$

é controlável no seguinte sentido: dados $(x_0, \dot{x}_0)$ e $(x_1, \dot{x}_1)$ existe u, uma solução $x(t)$ e T talque $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$, $x(T) = x_1$, $\dot{x}(T) = \dot{x}_1$,sempre que $x_0^2 + \dot{x}_0^2 > 0$ e $x_1^2 + \dot{x}_1^2 > 0$.
4. Sejam A e B as matrizes de um sistema linear, então mostre que

$$\exp \begin{pmatrix} A & BB^* \\ 0 & -A^* \end{pmatrix} t = \begin{pmatrix} \exp(tA) & exp(tA)Q(t) \\ 0 & \exp(-tA^*) \end{pmatrix} \tag{3}$$

onde $Q(t)$ é a matriz de controlabilidade do sistema $\dot{x} = Ax + Bu$.
5. Coloque na forma de Kalman o sistema:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u \tag{4}$$