

Entregar a lista resolvida em 7 dias

1. Calcular a integral complexa

$$\int_{\Gamma} \frac{3z^3 + 3iz^2 + z + 1 + i}{(z-1)^2(z+i)} dz$$

onde $\Gamma(t) = 2e^{it}$ com $t \in [0, 2\pi]$.

2. Em torno de quais pontos não podemos calcular série de Taylor da função complexa

$$f(z) = \frac{z}{z^2 + z - 1}.$$

Ache a série de Taylor em torno de $z_0 = 0$. Qual o raio de convergência da série?

3. Achar o desenvolvimento em série de Laurent de

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 2z + 5}$$

em torno de suas singularidades.

4. Seja $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{C}$ uma curva fechada diferenciável por partes (não necessariamente simples). Mostre que $(1/(2\pi i)) \int_{\gamma} dw/w$ é um número inteiro.

5. Seja $f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ uma função analítica no domínio Ω , e $\gamma : [0, 1] \rightarrow \Omega$ uma curva (contínua diferenciável por partes). Mostre que

$$\int_{\gamma} \frac{f'(z)}{f(z)} dz = \int_{f(\gamma)} \frac{dw}{w}$$

Você saberia calcular esta integral sabendo que f não se anula sobre γ ? (γ não é necessariamente fechada).