

1. Calcular e^{tA} para os seguintes valores de A

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega^2 & 0 & 0 & 2\omega \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2\omega & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2\delta \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad (2)$$

2. Se A e B são matrizes quadradas mostre que

$$x(t) = e^{-tA} e^{(t-t_0)(A+B)} e^{t_0A} x_0 \quad (3)$$

é uma solução da equação diferencial linear:

$$\dot{x}(t) = e^{-tA} B e^{tA} x(t) \quad (4)$$

3. Dado que

$$y(t) = \sum_{k=1}^n a_k \sin(2\pi kt) + b_k \cos(2\pi kt) \quad (5)$$

Encontre matrizes colunas \mathbf{c} e \mathbf{b} e uma matriz quadrada A tal que

$$y(t) = \mathbf{c}' e^{tA} \mathbf{b} \quad (6)$$

4. Calcule a matriz de controlabilidade Q_T quando

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

5. Mostre que se o sistema

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (8)$$

for controlável então o sistema no espaço de estados \mathbb{R}^{n+m}

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + By(t) \quad (9)$$

$$\dot{y}(t) = u(t) \quad (10)$$

também é controlável