

MAP2321 - TÉCNICAS EM TEORIA DO CONTROLE - LISTA 4

1. Mostre que $\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \sin(b) \cos(a)$ e que $\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$.

2. Calcule:

$$\int_0^{1+i} \bar{z} dz$$

3. Calcule a integral das funções complexas ao longo de γ , curva simples fechada que percorre a circunferência de raio 1 e centro na origem:

$$f(z) = \frac{\sin(z)}{z}$$

$$f(z) = \frac{z}{z^2}$$

$$f(z) = \frac{\cos(z)}{z^2 + 4}$$

$$f(z) = \frac{1}{2 + z^2}$$

4. Calcule

$$\int_{\gamma} \cos(z) dz$$

onde

$$\gamma(t) = \begin{cases} 2t - 1 & \text{se } 0 \leq t \leq 1 \\ e^{i\pi(t-1)} & \text{se } 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$$

5. Quais os possíveis valores que a integral

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z^2 + 4} dz$$

pode assumir quando γ é uma curva simples fechada parametrizada no sentido anti-horário?

6. Seja γ a parametrização no sentido anti-horário da circunferência de raio R e centro z_0 . Calcule:

$$\int_{\gamma} \frac{1}{(z - z_0)^p} dz$$

7. Dê condições suficientes para que $\int_{\gamma} \ln(z) dz = 0$.