

3ª Prova de Cálculo - MAT2351
IF - Licenciatura Noturno - 26/06/13

Escolha 4 dentre as 5 questões e resolva. Deixe claro quais questões você escolheu ou então serão corrigidas as 4 primeiras que você mexeu.

1- Sendo $z = f(x, y)$ uma função diferenciável em torno de $(0, 0)$ e definida implicitamente pela equação $\ln(x + z) + e^{yz} = 2$.

a) Encontre $f(0, 0)$.

b) Encontre a equação do plano tangente ao seu gráfico no ponto $(0, 0, f(0, 0))$.

2- Calcule a derivada direcional $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}$ no ponto $(2, 1)$ para $f(x, y) = \frac{1 - x^2}{1 + y^2}$ onde \vec{u} é o vetor unitário com a mesma direção e sentido que $12\vec{i} + 5\vec{j}$. Em qual direção f varia mais rapidamente quando saímos do ponto $(2, 1)$? Justifique.

3- Seja $f(x, y) = (x + 1)(y + 1)e^{x+y+2}$

a) Encontre os pontos críticos de f e classifique-os.

b) Dê a equação do plano tangente ao gráfico de f em cada ponto crítico.

4- Suponha que $T(x, y) = x + 2y$ represente uma distribuição de temperatura (medida em $^{\circ}C$) no plano xy .

a) Desenhe as isotérmicas correspondentes às temperaturas $0^{\circ}C$, $3^{\circ}C$ e $-1^{\circ}C$.

b) Determine os pontos de mais alta e mais baixa temperatura na elipse $4x^2 + y^2 = 9$.

5- a) Mostre que o gráfico de $z = -4x^2 - y^2 + 16x + 2y - 12$, na região onde $z \geq 0$, pode representar a superfície de uma montanha, com um ponto de altura máxima. Que ponto é esse e qual é essa altura máxima?

b) Um alpinista que se encontra na posição $(3, 2, 0)$ pretende escalá-la escolhendo a direção de maior inclinação inicial. Que direção é essa? Caminhando sempre nessa mesma direção, qual a maior altura que o alpinista atinge?