

2ª Prova de MAT 2351 - Cálculo
20.05.2013 - IME

1. a) Dados $f(x, y) = x^\lambda + \lambda y^4$, ache $\lambda \in \mathbb{R}^*$ para que $f_{xx}(1, -2) = f_{yy}(1, -2)$
b) Dê o domínio e a imagem da função $g(x, y) = x^{1/2} + y^2$
c) Desenhe a curva de nível 0 da função $h(x, y) = (\sin x) - y$

2. Encontre o plano tangente ao gráfico de $f(x, y) = 3 - x^2 - y^2$ num ponto do 1º octante e que passe pelos pontos $(\frac{5}{2}, 0, 0)$ e $(0, 0, 5)$.

3. Considere a função
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^4 + y^4}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
 - a) f é contínua em $(0, 0)$? Justifique.
 - b) Existe $f_x(0, 0)$? E $f_y(0, 0)$? Se existir, calcule.

4. Sabendo que as imagens das curvas $\Gamma_1(t) = (2 - t, t, 4t - 2t^2)$ e $\Gamma_2(t) = (\sqrt{t}, t, 4 - t - t^2)$ estão contidas no gráfico de uma função diferenciável $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, encontre $f(1, 1)$ e a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto $(1, 1, f(1, 1))$.