

MAT2351 - Cálculo - Lista 5 e 6 - 2013

1. Seja $z = f(x, y)$ dada implicitamente pela expressão abaixo. Determine a equação do plano tangente e da reta normal ao gráfico da f , no ponto dado, em cada caso:

a) $x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 8$, em $(1, -1, 1)$

b) $2xyz = 3$, em $\left(\frac{1}{2}, 1, 3\right)$

c) $z \cdot e^{x-y} + z^3 = 2$, em $(2, 2, 1)$

d) $x^3 + y^3 + z^3 = 10$, em $(1, 1, f(1, 1))$

2. Determine um plano que seja tangente à superfície $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = \frac{11}{6}$ e paralelo ao plano $x + y + z = 10$.

3. Considere a função $z = \frac{\sqrt[4]{8 + x^2 + y^2}}{y}$.

Determine uma função de 3 variáveis $F(x, y, z)$, que não envolva raízes, tal que a função dada seja definida implicitamente por $F(x, y, z) = 0$. Dê a equação do plano tangente ao gráfico da função dada no ponto $(2, 2, 1)$.

4. A imagem da curva $\gamma(t)$ está contida na intersecção das superfícies $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ e $x^2 + 3y^2 - z^2 = 3$. Suponha $\gamma(t_0) = (1, 1, 1)$ e $\gamma'(t_0) \neq \vec{0}$.

Determine a equação da reta tangente a γ em $\gamma(t_0)$.

5. Determine a equação da reta tangente à curva de nível dada, no ponto dado:

a) $x^2 + xy + y^2 - 3y = 1$, em $(1, 2)$

b) $e^{2x-y} + 2x + 2y = 4$, em $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

6. Uma função diferenciável $f(x, y)$ tem, no ponto $(1, 1)$, derivada direcional igual a 3 na direção do vetor $3\vec{i} + 4\vec{j}$ e derivada direcional igual a -1 na direção do vetor $4\vec{i} - 3\vec{j}$. Calcule:

a) $\nabla f(1, 1)$, b) $\frac{\delta f}{\delta \vec{u}}(1, 1)$ para $\vec{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

7. Determine os números a e b para que a função $f(x, y) = ax^2 + by^2 + xy$ tenha as derivadas direcionais $\frac{\delta f}{\delta u}(1, 2) = \frac{7}{5}$ e $\frac{\delta f}{\delta v}(1, 2) = \frac{25}{13}$, onde \vec{u} é o vetor unitário na direção de $(4, 3)$ e \vec{v} é o vetor unitário na direção de $(12, 5)$.
8. Determine os pontos críticos de cada função e classifique-os:
- a) $z = 5x^2 - 3xy + y^2 - 15x - y + 2$
- b) $z = xy(2x + 4y + 1)$
- c) $z = x^2y + 3xy - 3x^2 - 4x + 2y$
9. Se a soma de três números x , y e z é 12, quais devem ser esses números para que o produto xy^2z^3 seja o máximo possível?
10. Mostre que uma caixa retangular com tampa e com área total de superfície fixada em um valor dado, terá máximo volume se for um cubo.
11. Calcule os valores máximo e mínimo de $f(x, y) = 2x^2 + y + y^2$ sobre a circunferência $x^2 + y^2 = 1$.
12. Um retângulo com lados paralelos aos eixos Ox e Oy está inscrito na região do plano Oxy limitada pelos eixos e pela reta $x + 2y = 2$. Calcule a área máxima de um tal retângulo.