MAT2351 - Cálculo - Lista 3 - 2013

1. Represente graficamente o domínio da função $f(x,y) = \sqrt{x \cdot \operatorname{sen} y}$. Qual a sua imagem?

2. Desenhe as curvas de nível e esboce o gráfico da função $f(x,y) = x^2 + y$ com $-1 \leqslant x \leqslant 1, \quad 0 \leqslant y \leqslant 4$.

3. Determine o domínio das seguintes funções e calcule suas derivadas parciais $(f_x(x,y) \text{e} f_y(x,y))$

   a) $f(x,y) = \frac{x^2}{x^2+y^2-x}$ b) $f(x,y) = x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)$

   c) $f(x,y) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ d) $f(x,y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

   e) $(f,x) = \frac{x+y}{x-y}$ f) $f(x,y) = \frac{x^2y}{y-x^3}$

4. Mostre $f(x,y) = \ln(e^x + e^y)$ satisfaz $f_x(x,y) + f_y(x,y) = 1$
   e
   $f_{xx}(x,y) \cdot f_{yy}(x,y) - (f_{xy}(x,y))^2 = 0$ para qualquer (x,y) de $\mathbb{R}^2$.

5. I - Determine uma constante λ de modo que $z = y^3 + \lambda y x^2$ satisfaça a equação de Laplace $z_{xx} + z_{yy} = 0$

   II - Mostre que as seguintes funções satisfazem a equação de Laplace: $f_{xx} + f_{yy} = 0$

   a) $f(x,y) = \ln(x^2 + y^2)$ b) $f(x,y) = e^x \operatorname{sen} y$ c) $f(x,y) = e^y \cos x$

6. Considere a função $z = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$. Verifique que $x \cdot \frac{\delta z}{\delta x} + y \cdot \frac{\delta z}{\delta y} = z$.

7. Calcule f_x e f_y em (x,y) para os casos:

   a) $f(x,y) = \displaystyle\int_0^{x^2+y^2} e^{-t^2}dt$ b)$f(x,y) = \displaystyle\int_{x^2}^{y^2} e^{-t^2}dt$

8. Sendo $z = f(u-v, v-u)$ verifique que $\frac{\delta z}{\delta u} + \frac{\delta z}{\delta v} = 0$

9. Nos problemas abaixo, determine uma equação do plano tangente à superfície dada, no ponto indicado.

   a) $z = (x^2 + y^2)^2 \quad (1,2,25)$

   b) $z = 4xy \quad (4, \frac{1}{4}, 4)$

   c) $z = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2y + sen3(x+y) \quad (0,0,0)$

   d) $z = x^2 + xy + y^2 - 10y + 5 \quad (3,2,4)$

   e) $z = x^2 - 2y^2 \quad (3,2,1)$

   f) $z = \frac{2x+y}{x-2y} \quad (3,1,7)$

   g) $z = e^y \cos x \quad (0,0,1)$

   h) $z = arc\,\mathrm{tg}\, \frac{x}{y} \quad (4,4,\frac{\pi}{4})$

10. Determine o plano que passa pelos pontos $(1,1,2)$ e $(-1,1,1)$ e que seja tangente ao gráfico de $f(x,y) = xy$.

11. Determine o plano que seja paralelo ao plano $z = 2x + y$ e tangente ao gráfico de $f(x,y) = x^2 + y^2$.

12. Considere a função $f(x,y) = \frac{x^3}{x^2+y^2}$. Mostre que os planos tangentes ao gráfico de f passam pela origem.