MAT2351 - Cálculo - Lista 2 - 2013

1. Desenhe a imagem de $\vec{F}: I\!R \to I\!R^2$ onde:

   (a) $\vec{F}(t) = (t, t^3)$ (b) $\vec{F}(t) = (t^2, t)$ (c) $\vec{F}(t) = (t^2, t^4)$
   (d) $\vec{F}(t) = (\cos t,\ 2\mathrm{sen}t)$ (e) $\vec{F}(t) = (\mathrm{sen}t,\ \mathrm{sen}t)$ (f) $\vec{F}(t) = (t^2, t^3)$
   (g) $\vec{F}(t) = \left(\cos^2\left(\frac{\pi}{2}t\right),\ \mathrm{sen}^2\left(\frac{\pi}{2}t\right)\right)$ (h) $\vec{F}(t) = (-3 + 2\cos t, \mathrm{sen}t)$

2. Desenhe a imagem de $\vec{F}: I\!R \to I\!R^3$ onde:

   (a) $\vec{F}(t) = (1, 1, t),\ t \geq 0$ (b) $\vec{F}(t) = (t, t, 1),\ t \geq 0$
   (c) $\vec{F}(t) = (\cos t,\ \mathrm{sen}t,\ 2),\ t \in I\!R$ (d) $\vec{F}(t) = (\cos t,\ \mathrm{sen}t,\ e^{-t}),\ t \geq 0$
   (e) $\vec{F}(t) = \left(t, t, \frac{1}{t}\right),\ t > 0$ (f) $\vec{F}(t) = \left(\mathrm{sen}t,\ \mathrm{sen}t,\ \sqrt{2}\cos t\right),\ 0 \leq t \leq 2\pi$
   (g) $\vec{F}(t) = (1 + \mathrm{sen}t,\ 1 + \mathrm{sen}t,\ \cos t),\ -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

3. Determine o ponto de intersecção do eixo Ox com a reta tangente à trajetória de $\vec{F}(t) = (t, t^2)$ no ponto $\vec{F}(1)$.

4. Determine a equação da reta tangente à trajetória de $\vec{F}(t) = (2t^2 + 1,\ t - 1,\ 3t^3)$ no ponto $\vec{F}(t_0)$ em que a imagem de $\vec{F}$ fura o plano xz.

5. Mostre que as retas tangentes à trajetória de $\vec{F}(t) = (3t,\ 3t^2,\ 2t^3)$ fazem um ângulo constante com a reta $y = 0,\ z = x$.

6. Sendo $\vec{F}(t) = \left(\mathrm{sen}t,\ \cos t + \ln\left(\mathrm{tg}\frac{t}{2}\right)\right),\ t \in\ ]0, \pi[$, mostre que o comprimento do segmento da reta tangente à trajetória de $\vec{F}$, compreendido entre o ponto de tangência e o eixo Oy, é constante igual a 1.

7. Verifique que $\vec{F}(t) = \left(t,\ \frac{1+t}{t},\ \frac{1-t^2}{t}\right),\ t > 0$, tem sua trajetória contida em um plano.

8. A imagem de uma curva $\gamma: I \subset I\!R \to I\!R^3$ está contida na esfera de raio r:
   $$S = \{(x, y, z) \in I\!R^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = r^2\}.$$
   Verifique que $\gamma(t) \cdot \gamma'(t) = 0$ para todo $t \in I$. Interprete geometricamente.

9. Determine uma curva γ cuja imagem é a intersecção:

   (a) do parabolóide $z = x^2 + y^2$ com o plano $z = 2x + 2y - 1$.
   (b) de $x^2 + y^2 + z^2 = 2,\ \ x \geq 0,\ \ y \geq 0$ e $z \geq 0$, com o plano $y = x$.
   (c) entre as superfícies $y = x^2$ e $z = 2 - x^2 - y^2,\ \ x \geq 0,\ \ y \geq 0$ e $z \geq 0$
   (d) do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ com o plano $x + 2y + z = 1$.
   (e) entre as superfícies $(x-1)^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

10. Calcule o comprimento da curva dada:

    (a) $\gamma(t) = (t\cos t,\ t\mathrm{sen}t),\ 0 \leq t \leq 2\pi$ (b) $\gamma(t) = (2t - 1,\ t + 1),\ 1 \leq t \leq 2$
    (c) $\gamma(t) = (\cos t,\ \mathrm{sen}t,\ e^{-t}),\ 0 \leq t \leq \pi$ (d) $\gamma(t) = (e^{-t}\cos t,\ e^{-t}\mathrm{sen}t,\ e^{-t}),\ 0 \leq t \leq 1$