

# Prova 3

Cálculo no  $\mathbb{R}^n$

22 de Fevereiro de 2018

1. Determine os pontos críticos das funções abaixo e classifique-os:

a)  $f(x, y) = \ln(3x^2 + 4y^2 - 2x + 7)$

b)  $f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}$

2. Seja  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2 - 4xy - 4z$ . Determine o valor máximo e o valor mínimo de  $f$  na região  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$

3. Determine as dimensões do paralelepípedo de volume máximo, com faces paralelas aos planos coordenados, inscrito no elipsóide  $9x^2 + 36y^2 + 4z^2 = 36$ .

4. Calcule as seguintes integrais duplas:

a)  $\int \int_D e^{\frac{x}{y}} dx dy$ , sendo  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq y \leq 2, y \leq x \leq y^3\}$

b)  $\int \int_D 4y^3 dx dy$ , sendo  $D$  a região limitada por  $y = x - 6$  e  $x = y^2$

c)  $\int \int_D xy dx dy$ , sendo  $D$  a região do primeiro quadrante limitada pela circunferência de centro  $(0, 0)$  e raio 1

5. Calcule as seguintes integrais iteradas:

a)  $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 e^{y^3} dy dx$

b)  $\int_0^1 \int_y^{\sqrt[3]{y}} \sin(x^2) dx dy$

c)  $\int_0^\pi \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-z^2}} z \sin y dx dz dy$

6. a) Determine o volume do sólido  $S$ , contido no primeiro octante e limitado por  $z = 9 - y^2$  e pelo plano  $x = 2$ .  
b) Calcule o volume da esfera de raio  $R > 0$  com centro em  $(a, b, c)$ .

7. a) Sejam  $[a, b]$  e  $[c, d]$  intervalos não-degenerados e  $g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h: [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$  funções contínuas. Considere o retângulo  $Q = [a, b] \times [c, d]$  e defina  $f: Q \rightarrow \mathbb{R}$  por  $f(x, y) = g(x).h(y)$ .

Mostre que  $f$  é integrável e  $\int \int_Q f dx dy = (\int_a^b g(t) dt)(\int_c^d h(t) dt)$

- b) Calcule  $\int \int_Q \frac{\sin^2 x}{1 + 4y^2} dA$ , sendo  $[0, \frac{\pi}{2}] \times [0, \frac{1}{2}]$

Justifique todas as suas afirmações. Boa prova!