Lista 6

Cálculo no $\mathbb{R}^n$

Fevereiro de 2018

1. Calcule as seguintes integrais duplas:

a) $\displaystyle\int\int_D 2y^2 - 3xy^3 dxdy$, sendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3\}$

b) $\displaystyle\int\int_D x \sin y dxdy$, sendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{6}\}$

c) $\displaystyle\int\int_D \frac{1}{x+y} dxdy$, sendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$

d) $\displaystyle\int\int_D xydxdy$, sendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$

e) $\displaystyle\int\int_D e^{\frac{x}{y}} dxdy$, sendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 1 \leq y \leq 2, y \leq x \leq y^3\}$

f) $\displaystyle\int\int_D x^2 \tan x + y^3 + 4dxdy$, sendo $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 2\}$

g) $\displaystyle\int\int_D x \cos y dxdy$, sendo D a região limitada por $y = 0$, $x = 1$ e $y = x^2$

h) $\displaystyle\int\int_D 4y^3 dxdy$, sendo D a região limitada por $y = x - 6$ e $x = y^2$

i) $\displaystyle\int\int_D xydxdy$, sendo D a região do primeiro quadrante limitada pela circunferência de centro $(0, 0)$ e raio 1

j) $\displaystyle\int\int_D xdxdy$, sendo D o disco de centro $(0, 0)$ e raio 5

k) $\displaystyle\int\int_D xydxdy$, sendo D a região do primeiro quadrante limitada pelas circunferências $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 25$

l) $\displaystyle\int\int_D \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, sendo D a região interior à cardióide $r = 1 + \sin\theta$ e exterior à circunferência $r = 1$

m) $\displaystyle\int\int_D x^2 + y^2 dxdy$, sendo D a região limitada pelas espirais $r = \theta$ e $r = 2\theta$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$

2. Determine o volume do sólido S em cada um dos seguintes casos:

   a) S é limitado pela superfície $z = x\sqrt{x^2 + y}$ e os planos $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$ e $z = 0$;

   b) S está contido no primeiro octante e é limitado por $z = 9 - y^2$ e pelo plano $x = 2$

   c) S é limitado superiormente por $z = xy$ e sua projeção no plano xy é o triângulo de vértices $(1, 1)$, $(4, 1)$ e $(1, 2)$;

   d) S está contido no primeiro octante e é limitado pelo cilindro $x^2+y^2 = 1$ e pelos planos $x = 0$, $z = 0$ e $z = y$;

   e) S é limitado pelos planos $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ e $x + y + z = 1$;

   f) S é limitado pelos cilindros $x^2 + y^2 = a^2$ e $z^2 + y^2 = a^2$, onde $a > 0$;

3. Calcule as seguintes integrais iteradas, invertendo a ordem de integração:

   a) $\displaystyle\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dxdy$

   b) $\displaystyle\int_0^3 \int_{y^2}^9 y\cos(x^2) dxdy$

   c) $\displaystyle\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 e^{y^3} dydx$

   d) $\displaystyle\int_0^1 \int_y^{\sqrt[3]{y}} \sin(x^2) dxdy$

4. Esboce a curva e calcule a área da região indicada:

   a) a região limitada por um laço da rosácea $r = \cos 3\theta$;

   b) a região limitada pela lemniscata $r^2 = 4\cos 2\theta$;

5. Determine a massa e o centro de massa da lâmina que ocupa a região D e tem densidade δ nos seguintes casos:

   a) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ e $\delta(x, y) = x^2$

   b) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x\}$ e $\delta(x, y) = y$

6. Calcule as seguintes integrais iteradas:

   a) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^z \int_0^y xyz dxdydz$

   b) $\displaystyle\int_0^\pi \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-z^2}} z\sin y dxdzdy$

7. Calcule as seguintes integrais triplas:

   a) $\displaystyle\int\int\int_D yz dxdydz$, sendo $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; 0 \leq z \leq 1, 0 \leq y \leq 2z, 0 \leq x \leq z + 2\}$

   b) $\displaystyle\int\int\int_D y dxdydz$, sendo D a região entre os cilindros $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 1$, limitada pelo plano xy e pelo plano $z = x + 2$