

## 4ª Lista de Álgebra Linear(complementar) - Verão 2016 IME-USP

Thiago Grando

15 de janeiro de 2016

1. Mostre que a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por  $T(x, y, z) = (x - 2y, z, x + y)$  é um isomorfismo.
2. Mostre que a transformação linear  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$  definida por

$$T(a, b, c) = (a - b) + (c - a)t + (b + c)t^2$$

é um isomorfismo.

3. Mostrar que  $V \cong W$ , exibindo um isomorfismo  $T : V \rightarrow W$ :
  - a)  $V = \mathbb{R}^2$  e  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + 2z = 0\}$
  - b)  $V = \mathbb{R}^2$  e  $W$ , onde  $W$  é qualquer subespaço de  $\mathbb{R}^3$  de dimensão 2.
  - c)  $V = \mathbb{R}^3$  e  $W = \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ 0 & z \end{bmatrix} : x, y, z \in \mathbb{R} \right\}$
  - d)  $V = \mathbb{C}^2$  e  $W = \mathbb{M}_2(\mathbb{R})$ , considerando  $\mathbb{C}^2$  e.v. real.
4. Seja  $V$  um espaço vetorial real, com  $\dim(V) \geq 3$ . Mostre que  $\mathbb{R}^3$  é isomorfo a qualquer subespaço  $S$  de  $V$  com  $\dim(S) = 3$ , exibindo um isomorfismo  $T$  entre  $\mathbb{R}^3$  e  $S$ .