

Q1. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 , em que \mathcal{B} é uma base ortonormal de V^3 . Considere os pontos:

$$A = (1, 1, -1)_\Sigma, \quad B = (0, 1, 1)_\Sigma, \quad C = (1, 2, 1)_\Sigma \quad \text{e} \quad D = (0, 0, 3)_\Sigma.$$

Temos que o volume do tetraedro de vértices A, B, C e D é igual a:

- (a) 1;
- (b) 4;
- (c) $\frac{2}{3}$;
- (d) $\frac{1}{2}$;
- (e) $\frac{1}{3}$.

Q2. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 . Seja $a \in \mathbb{R}$ e considere os planos π_1 e π_2 dados pelas equações gerais

$$\pi_1 : 2x - y + 3z = 5 \quad \text{e} \quad \pi_2 : 6x - 3y + az = 12$$

no sistema Σ . Temos que os planos π_1 e π_2 serão paralelos se, e somente se:

- (a) $a = 9$;
- (b) $a = 3$;
- (c) $a = -5$;
- (d) $a = 0$;
- (e) $a = 10$.

Q3. Sejam $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \in V^3$ vetores unitários tais que a medida do ângulo entre \vec{e}_1 e \vec{e}_2 seja igual a $\frac{\pi}{4}$, a medida do ângulo entre \vec{e}_1 e \vec{e}_3 seja igual a $\frac{\pi}{3}$ e a medida do ângulo entre \vec{e}_2 e \vec{e}_3 seja igual a $\frac{\pi}{6}$. Se $\vec{v} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, então $\|\vec{v}\|^2$ será igual a:

- (a) $3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$;
- (b) $4 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$;
- (c) $\sqrt{3}$;
- (d) $\frac{1}{2}(7 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$;
- (e) 3.

Q4. Sejam $\pi \subset E^3$ um plano e $\Sigma_\pi = (O, \mathcal{B}_\pi)$ um sistema de coordenadas em π , em que \mathcal{B}_π é ortonormal. Considere a parábola em π dada pela equação

$$x^2 - 2x - 8y + 25 = 0$$

no sistema Σ_π . Se $x, y \in \mathbb{R}$ forem tais que $(x, y)_{\Sigma_\pi}$ seja o foco dessa parábola, então $x + y$ será igual a:

- (a) $\frac{3}{4}$;
- (b) $\frac{5}{2}$;
- (c) 6;
- (d) -2 ;
- (e) 4.

Q5. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 , em que \mathcal{B} é uma base ortonormal de V^3 . Considere os planos π_1 , π_2 e π_3 dados pelas equações gerais

$$\pi_1 : 2x + 3y + 6z = 1, \quad \pi_2 : x + y + z = 3 \quad \text{e} \quad \pi_3 : x - 2y + z = 0$$

no sistema Σ . Seja $P = (x, y, z)_\Sigma$ um ponto em $\pi_2 \cap \pi_3$ tal que $d(P, \pi_1) = 1$ e tal que $2x + 3y + 6z > 0$. Temos que $y + z$ é igual a:

- (a) $\frac{1}{2}$;
- (b) $-\frac{9}{4}$;
- (c) $\frac{5}{4}$;
- (d) $\frac{1}{4}$;
- (e) $\frac{3}{4}$.

Q6. Seja \mathcal{B} uma base ortonormal de V^3 e considere os vetores:

$$\vec{v} = (1, -1, 0)_\mathcal{B} \quad \text{e} \quad \vec{w} = (2, 1, 3)_\mathcal{B}.$$

Suponha que $\vec{w} = \vec{w}_1 + \vec{w}_2$, em que \vec{w}_1 é paralelo a \vec{v} e \vec{w}_2 é ortogonal a \vec{v} . A soma das coordenadas do vetor \vec{w}_2 na base \mathcal{B} é igual a:

- (a) 5;
- (b) 6;
- (c) -4 ;
- (d) -3 ;
- (e) 3.

Q7. Considere as seguintes afirmações:

(I) existe um único par ordenado (x, y) de números reais tal que:

$$3x^2 + y^2 - 12x - 6y + 21 = 0;$$

(II) se $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in V^3$ for uma tripla linearmente dependente de vetores não nulos, então existirão $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tais que $\vec{v}_3 = \alpha\vec{v}_1 + \beta\vec{v}_2$;

(III) para qualquer orientação do espaço e para quaisquer $\vec{v}, \vec{w} \in V^3$, vale que $\|\vec{v} \wedge \vec{w}\| = \|\vec{v}\|\|\vec{w}\|$ se, e somente se, $\vec{v} \cdot \vec{w} = 0$.

Assinale a alternativa correta:

- (a) apenas a afirmação (III) é verdadeira;
- (b) apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras;
- (c) apenas a afirmação (I) é verdadeira;
- (d) todas as afirmações são verdadeiras;
- (e) apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.

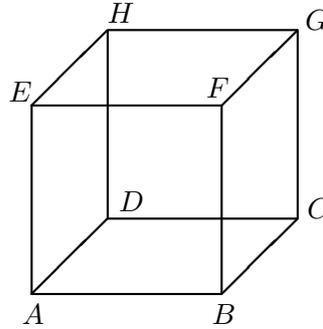
Q8. Sejam $A, B, C \in E^3$ pontos não colineares. Denote por P o ponto do segmento BC tal que $d(B, P) = \frac{1}{3}d(B, C)$ e por Q o ponto do segmento AC tal que $d(A, Q) = \frac{1}{4}d(A, C)$. Seja X o ponto de encontro dos segmentos AP e BQ . Se

$$\lambda = \frac{d(A, X)}{d(A, P)} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{d(B, X)}{d(B, Q)},$$

então:

- (a) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{3}{4}$;
- (b) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{1}{2}$;
- (c) $\lambda = \frac{1}{3}$ e $\mu = \frac{2}{3}$;
- (d) $\lambda = \frac{1}{2}$ e $\mu = \frac{2}{3}$;
- (e) $\lambda = \frac{1}{3}$ e $\mu = \frac{1}{2}$.

Q9. Considere no espaço E^3 um cubo cujos vértices são A, B, C, D, E, F, G, H , em que $ABCD, ADHE$ e $ABFE$ são faces desse cubo, como ilustrado na figura abaixo:



Considere a base $\mathcal{B} = \{\overrightarrow{HB}, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{BC}\}$ de V^3 . Se P for o ponto médio do segmento CG , então $[\overrightarrow{AP}]_{\mathcal{B}}$ será igual a:

- (a) $(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$;
- (b) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{4})$;
- (c) $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{2})$;
- (d) $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2})$;
- (e) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$.

Q10. Seja $\Sigma = (O, \mathcal{B})$ um sistema de coordenadas em E^3 , em que \mathcal{B} é uma base ortonormal de V^3 . Considere as retas r e s dadas pelas equações simétricas

$$r : \frac{x-1}{2} = y = \frac{z-1}{3} \quad \text{e} \quad s : 2x+1 = y-2 = \frac{z+1}{2}$$

no sistema Σ . Temos que a distância entre r e s é igual a:

- (a) $\frac{9}{\sqrt{38}}$;
- (b) $\sqrt{38}$;
- (c) $\frac{7}{\sqrt{38}}$;
- (d) $\frac{13}{\sqrt{38}}$;
- (e) $\frac{21}{\sqrt{38}}$.