Derivadas parciais

① Seja $f(r,s,t) = r\ln(rs^2t^3)$, calcule $f_r, f_{rs}, f_{rss}, f_{rst}$.

② Seja $u = e^{r\theta}\operatorname{sen}\theta$. Calcule $\dfrac{\partial^3 u}{\partial r^2 \partial\theta}$.

③ Mostre que $u = e^{-\alpha^2 k^2 t} \cdot \operatorname{sen} kx$ é solução de $\alpha^2 u_{xx} = u_t$.

④ Mostre que $u = \ln\sqrt{x^2+y^2}$ é solução da equação de Laplace.

⑤ Seja $z = f(x,y) = \sqrt{4-x^2-2y^2}$. Determine a equ. do plano tangente em $(1,-1,f(1,-1))$.

⑥ Seja $z = f(x,y) = tg^{-1}(xy^2)$. Determine a equ. do plano tangente em $(1,1,f(1,1))$.

Linearização:

(7) $f(x,y) = \sqrt{x+e^{4y}}$. Determine a linearização de f em $(3,0)$.

(8) Mesma questão, para $f(x,y) = tg^{-1}(x+2y)$.

(9) $z = x^3 \ln(y^2)$. Calcule a diferencial dz.

(10) $u = \dfrac{r}{s+2t}$. Calcule du.

Regra da cadeia:

(11) $w = xe^{y/z}$. Calcule $\dfrac{dw}{dt}$, se $x = t^2$, $y = 1-t$, $z = 1+2t$.

(12) $z = x^2 + xy + y^2$, $x = s+t$, $y = st$. Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial s}$, $\dfrac{\partial z}{\partial t}$.

(13) $z = e^r \cos\theta$, $r = st$, $\theta = \sqrt{s^2+t^2}$. Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial s}$ e $\dfrac{\partial z}{\partial t}$.

(14) $u = f(s,t)$, $s = s(w,x,y,z)$, $t = t(w,x,y,z)$. Calcule $\dfrac{\partial u}{\partial w}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}$.

(15) Derivadas e função implicita:

(a) Seja $F(x,y,z) = yz - \ln(x+z)$ tal que $F_z \neq 0$. Calcule $\dfrac{\partial z}{\partial x}$, $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

(b) Mesma questão para $F(x,y,z) = x - z - tg^{-1}(yz)$.

Derivadas direcionais:

(16) Seja $F(x,y) = \ln(x^2+y^2)$. Calcule $D_{\vec{u}}F(2,1)$ para $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{5}}(-1,2)$.

(17) $F(x,y,z) = \sqrt{x+yz}$. Calcule ∇F, e $D_{\vec{u}}F(1,3,1)$ para $\vec{u} = \left(\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}\right)$

(18) Seja $F(x,y) = \sqrt{xy}$. Calcule ∇F.

(19) Mostre que: $\nabla u^n = n u^{n-1} \nabla u$

(20) $F(x,y,z) = x^2 - 2y^2 + z^2 + yz$. Equação do plano tangente em $(2,1,-1)$, e da reta normal neste ponto.