Algumas Propostas

Sylvain Bonnot

Abril 2015

Assunto 1. Teorema de Riemann-Roch para grafos

Recentemente ($\geq$ 2005) muitas noções da teoria das superfícies de Riemann foram adaptadas para grafos. Em particular o teorema de Riemann-Roch tem agora uma versão para grafos:

$$r(D) - r(K - D) = deg(D) + 1 - g.$$

A formula obtida é exatamente aquela das superfícies de Riemann, mas as técnicas utilizadas são bem diferentes (combinatória). As extensões da teoria são múltiplas, na direção da *geometria tropical*.

Algumas referências:

1) *Riemann-Roch and Abel-Jacobi theory on a finite graph*, M. Baker e S. Norine : `http://arxiv.org/pdf/math/0608360v3.pdf`

2) *Blog de M. Baker:* `https://mattbakerblog.wordpress.com/2013/10/18/riemann-roch-for-graphs-and-applications/`

3) *A Riemann-Roch theorem in tropical geometry*, A. Gathmann, M. Kerber, ver: `http://arxiv.org/pdf/math/0612129v2.pdf`

Assunto 2. Espaços de módulos e compactificação de Deligne-Mumford.

O espaço dos módulos $\mathcal{M}(g, n)$ das superfícies de Riemann de gênero g com n furos é feito das classes de equivalências sob isomorfismos dessas superfícies. Este espaço possui uma compactificação natural, descrita por Deligne e Mumford em 1969. Até recentemente, todas as construções deste espaço utilizaram muitas tecnicas de geometria algébrica. Recentemente, Hubbard mostrou como obter essa compactificação de maneira analítica, utilizando técnicas quase- conformes.

Algumas referências:

1) *Exemplos de espaços de módulos*, B. Eynard, livro em preparação : `http://eynard.bertrand.voila.net/book_chap6.pdf`

2) *Compactificação de Deligne-Mumford*, J.H. Hubbard e S. Koch `http://www.math.cornell.edu/~hubbard/DMC.pdf`

3) *Princeton Companion of Mathematics*, D. Ben-Zvi: `https://www.ma.utexas.edu/users/benzvi/math/pcm0178.pdf`

Assunto 3. Teorema de Hurwitz via geometria hiperbólica.

Este Teorema de Hurwitz é também chamado o teorema "$84(g-1)$". Ele diz o seguinte:

Teorema. *Seja X uma superfície de Riemann compacto de gênero $g \geq 2$, então o grupo das isométrias hiperbólicas de X é finito com um cardinal* $\leq 84(g-1)$.

Este teorema tem muitas demonstrações possivéis, mas o livro recente de Farb e Margalit tem uma muito interessante utilizando geometria hiperbólica e um pouco da teoria dos *orbifolds*.

Algumas referências:

1) *Mapping class groups*, B. Farb e D. Margalit (eu tenho uma copia).

Assunto 4. Superfíçies de translação.

Superfíçies de translação são obtidas pela colagem de poligonos utilizando translações (com um número finito de singularidades cónicas). Isto é elas são superfícies com um atlas tal que as funções de transição sejam translações. Elas foram estudadas muito e apareceram de maneira crucial no trabalho recente de m. Mirzakhani. O objetivo aqui seria entender algumas propriedades delas, em particular as órbitas fechadas.

Algumas referências:

1) *Translation surfaces*, A. Wright

3) *Notas de Vorobets,*: `http://www.math.tamu.edu/~yvorobet/Research/period1.pdf`