MAT 2110 : Cálculo para Química

Aula 31/ Sexta 30/05/2014

Sylvain Bonnot (IME-USP)

2014

Resumo Aula 30

1. **Site:** `http://www.ime.usp.br/~sylvain/courses.html` No site, tem agora mais: Lista 5 (derivadas, com respostas) e Lista 6 (Integrais, parte 1, com Respostas)
2. **Regra da Substituição para integrais indefinidas**: para calcular $\int f(g(x).g'(x)dx$, fazer simplesmente $u = g(x)$ e $du = g'(x)dx$ para obter $\int f(u)du$.
3. **Regra da Substituição para integrais definidas**
4. **Integração por partes**
5. **Volumes**
6. **Com o computador:** symbolab.com

Integração por partes para integrais definidas

Teorema

Sejam f e g duas funções com derivadas contínuas em $[a,b]$, então:

$$\int_a^b f(x).g'(x)dx = [f(x).g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x).g(x)dx$$

Exercício

Calcule:

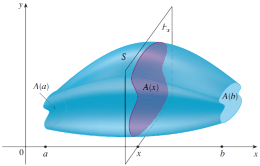
$$\int_2^5 \frac{\ln x}{x^2}dx$$

Exercício

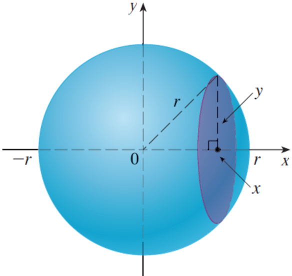
Calcule:

$$\int tg^{-1}(x)dx$$

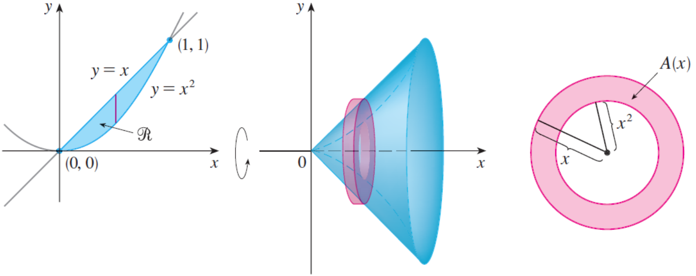
Ideia: cortar o objeto em cilindros de base $A(x)$ e altura dx, e depois fazer a soma $\int_a^b A(x)dx$, onde $A(x)$ é a área da secção transversal.



Exemplo da esfera de raio r: aqui $A(x) = \pi.y^2 = \pi.(r^2 - x^2)$.



São sólidos obtidos pela rotação de uma região ao redor de um eixo.
Método 1: método dos "anéis"



Aqui a área da secção transversal é simplesmente:

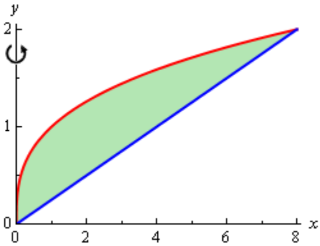
$$A(x) = \pi(\text{raio externo})^2 - \pi(\text{raio interno})^2 = \text{ area de um anel}$$

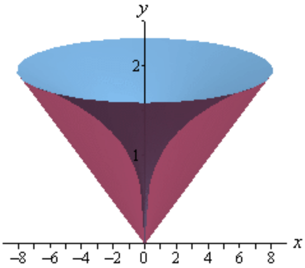
Exemplo:

Exercício

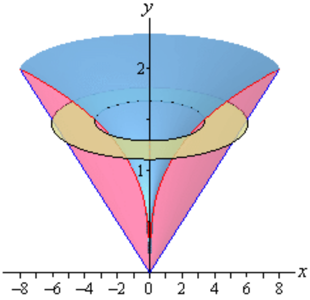
Determine o volume do solido obtido pela rotação da região S ao redor do eixo y. A região S é a região em $x \geq 0, y \geq 0$ entre os gráficos de $y = x/4$ e $y = \sqrt[3]{x}$

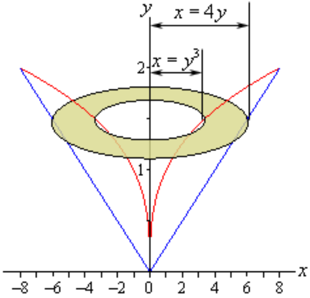
Região S:





Exemplo:





Secção transversal:

$$A(y) = \pi((4y)^2 - (y^3)^2) = \pi.(16y^2 - y^6)$$

Volume:

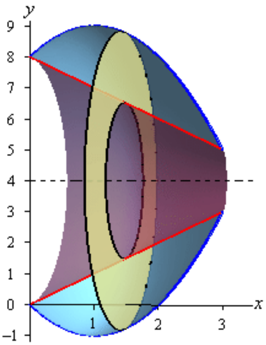
$$V = \int_0^2 A(y)dy = \pi. \int_0^2 16y^2 - y^6 dy = \pi.[\frac{16}{3}y^3 - \frac{1}{7}y^7]_0^2 = \frac{512}{21}\pi$$

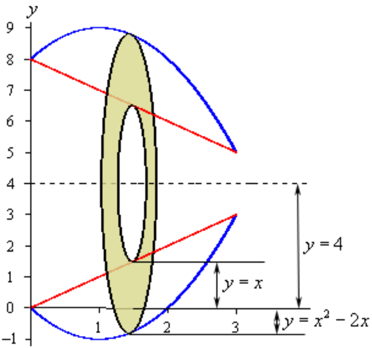
Exemplo 1

Exercício

Determine o volume do solido obtido pela rotação da região S ao redor da reta $y = 4$. A região S é a região entre os gráficos de $y = x$ e $y = x^2 - 2x$

Região S

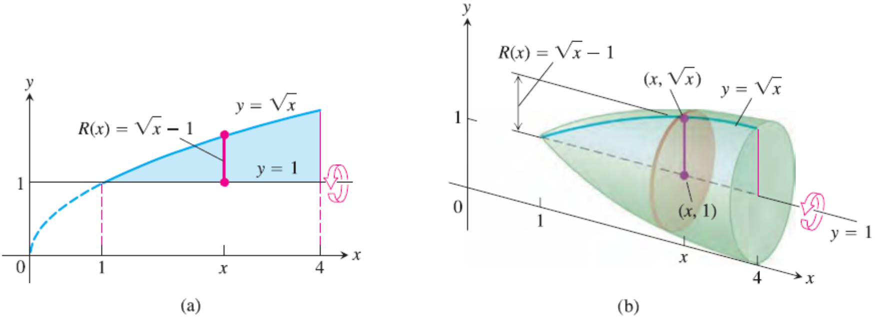




Exercício

Determine o volume do solido abaixo.

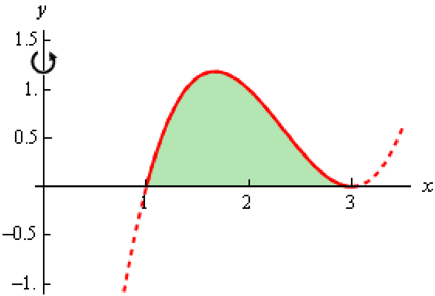
Região S

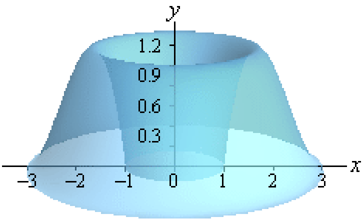


Exercício

Determine o volume do solido abaixo, onde $y = (x-1)(x-3)^2$

Região S





Exercício

Determine o volume do solido abaixo, onde as duas curvas são $y = (x-1)$ *e* $y = 2\sqrt{x-1}$.

Região S