

# MAT 1351 : Cálculo I

Aula Quinta 14/06/2018

Sylvain Bonnot (IME-USP)

# Problemas de otimização

## Exercício

*Encontre a área do maior retângulo que pode ser inscrito em um semicírculo de raio  $r$ .*

## Exercício

*Qual é a distância vertical máxima entre a reta  $y = x + 2$  e a parábola  $y = x^2$  para  $x \in [-1, 2]$ ?*

## Exercício

*Um objeto (massa  $m$ ) é arrastado ao longo de um plano horizontal  $\Pi$  por uma força  $F$  agindo ao longo de uma corda atada ao objeto, fazendo um ângulo  $\theta$  com  $\Pi$ , então a intensidade da força é*

$$F = \frac{\mu mg}{\mu \sin \theta + \cos \theta}$$

*onde  $\mu = \text{constante}$ . Para qual valor de  $\theta$  é  $F$  menor?*

## Problemas de otimização II

### Exercício

*Um cilindro circular reto é inscrito em uma esfera de raio  $r$ . Encontre o maior volume possível para este cilindro.*

### Exercício

*Um cilindro circular reto é inscrito em uma esfera de raio  $r$ . Encontre o maior superfície possível para este cilindro.*

### Exercício

*Um copo com formato cônico é feito de um pedaço circular de papel de raio  $R$  cortando fora um setor e juntando os lados  $CA$  e  $CB$ . Encontre a capacidade máxima de tal copo.*

### Exercício

*Uma mulher em um ponto  $A$  na praia de um lago circular com raio de 3 km quer chegar no ponto  $C$  diametralmente oposto a  $A$  do outro lado do lago no menor tempo possível. Ela pode andar a uma taxa de 6 km/h e remar um bote a 3 km/h. Como ela deve proceder?*

## Problemas de otimização III

### Exercício

*Sejam  $a$  e  $b$  números positivos. Ache o comprimento do menor segmento de reta que é cortado pelo primeiro quadrante e passa pelo ponto  $(a, b)$ .*

### Exercício

*Em quais pontos da curva  $y = 1 + 40x^3 - 3x^5$  a reta tangente tem a sua maior inclinação?*

## Problemas de otimização IV

### Exercício (Lei de Snell)

*Seja  $v_1$  a velocidade da luz no ar e  $v_2$  a velocidade da luz na água. De acordo com o Princípio de Fermat, um raio de luz viajará de um ponto  $A$  no ar para um ponto  $B$  na água por um caminho  $ACB$  que minimiza o tempo gasto. Mostre que:*

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

*onde  $\theta_1$  é o ângulo de incidência e  $\theta_2$  é o ângulo de refração.*