

LISTA 2: SOLUÇÃO DO NUM.5

Exercício 1. Determine a **área** da superfície obtida pela revolução, ao redor do eixo y da curva

$$y = \sqrt[3]{x} \text{ com } 1 \leq y \leq 2 \left(\text{Resposta} := \frac{\pi}{27}(145^{3/2} - 10^{3/2}) \right)$$

Solução.

$$\text{Temos } y'(x) = \frac{1}{3}x^{-2/3} \Rightarrow \sqrt{1 + (y'(x))^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{9x^{4/3}}} = \frac{\sqrt{9x^{4/3} + 1}}{3x^{2/3}}.$$

A integral vai ser entre $x = 1$ e $x = 8$:

Superfície =

$$S = \int_1^8 2\pi x \frac{\sqrt{9x^{4/3} + 1}}{3x^{2/3}} dx = \frac{2\pi}{3} \int_1^8 x^{1/3} \sqrt{9x^{4/3} + 1} dx.$$

Vamos fazer a substituição:

$$u = 9x^{4/3} + 1 \Rightarrow du = 12x^{1/3} dx, \text{ então a integral é agora:}$$

$$S = \frac{\pi}{18} \int_{10}^{145} \sqrt{u} du = \frac{\pi}{27} [u^{3/2}]_{10}^{145} = \frac{\pi}{27}(145^{3/2} - 10^{3/2}).$$